

3.3 Il metodo degli spostamenti per la risoluzione del telaio

Il metodo degli spostamenti è basato sulla valutazione dei momenti flettenti che agiscono sugli estremi i e j di un'asta generica per effetto delle rotazioni ϕ_i e ϕ_j negli estremi, dei carichi verticali (momenti di incastro perfetto) e degli spostamenti trasversali tra gli estremi δ_{ij} .

Si definiscono le seguenti grandezze:

- W_{ij} , momento che nasce nell'estremo i per effetto di una rotazione unitaria in j
- V_{ij} , momento che nasce nell'estremo j per effetto di una rotazione unitaria in i
- U_{ij} , momento che nasce nell'estremo i per effetto uno spostamento trasversale relativo tra gli estremi dell'asta

Per ogni tipo di condizione vincolare è possibile applicare semplici relazioni di congruenza che consentono di ricavare tali grandezze in funzione dell'inerzia dell'asta e della sua lunghezza.

Si introducono inoltre i momenti di incastro perfetto μ_{ij} e μ_{ji} , che si originano negli estremi dell'asta a nodi supposti "bloccati" per effetto di carichi e altre azioni esterne.

L'espressione del momento flettente per ciascun estremo è pertanto del tipo:

$$M_{i,j} = W_{i,j} \cdot \phi_i + V_{i,j} \cdot \phi_j - U_{i,j} \cdot \delta_{i,j} + \mu_{i,j}$$

Il metodo degli spostamenti assume come incognite le rotazioni dei nodi (interni) del telaio, scrivendo equazioni di equilibrio alla rotazione del tipo:

$$\sum_j M_{i,j} = C_i$$

dove C_i è l'eventuale coppia applicata direttamente sul nodo i.

Per i telai a nodi spostabili, quale il telaio oggetto di studio, vanno inoltre considerate le relazioni che intervengono tra le forze esterne, i momenti flettenti e gli spostamenti relativi di piano. Nel caso in cui i pilastri, che sono in effetti gli unici interessati da spostamenti relativi degli estremi (almeno per lo schema strutturale che si sta trattando, e cioè telaio a maglie rettangolari) risultino scarichi, si possono scrivere tante equazioni quanto il numero di piani nella forma:

$$-\sum_i U_{i,j} \cdot \phi_i + \left(\sum_i U_{i,j} \right) \cdot \frac{\delta_k}{h_k} = T_k$$

dove $T_k = \sum_{j=k}^n F_j$, cioè la sommatoria delle forze orizzontali agenti sugli impalcati dal piano k-esimo al piano n-esimo, essendo appunto n in totale il numero di piani costituenti il telaio.

(Si fa notare che l'equazione scritta precedentemente la si può ottenere, con alcuni passaggi algebrici, da un equilibrio alla traslazione orizzontale della struttura, ove essendo i pilastri scarichi i tagli agenti sui pilastri stessi sono funzione dei soli momenti attraverso la relazione $T_{i,j} = -\frac{M_{i,j} + M_{j,i}}{h}$).

Scritte tutte le equazioni e riorganizzati i termini, il sistema di equazioni che regge il problema può essere scritto nella forma matriciale:

$$\underline{\underline{K}} \cdot \underline{s} = \underline{f} - \underline{f}_0$$

dove K è la matrice di rigidezza del sistema, s è il vettore degli spostamenti nodali incogniti, ed f-f₀ è il vettore delle azioni nodali.

Fatte queste premesse è possibile scrivere tutte le equazioni che risolvono lo schema in esame:

Equazioni di equilibrio ai nodi

$$\begin{aligned} M_{4,1} + M_{4,5} + M_{4,7} &= 0 \\ M_{5,4} + M_{5,2} + M_{5,6} + M_{5,8} &= 0 \\ M_{6,3} + M_{6,5} + M_{6,9} &= 0 \\ M_{7,8} + M_{7,4} + M_{7,10} &= 0 \\ M_{8,7} + M_{8,5} + M_{8,9} + M_{8,11} &= 0 \\ M_{10,7} + M_{10,11} &= 0 \\ M_{11,10} + M_{11,8} + M_{11,12} &= 0 \\ M_{12,11} + M_{12,9} &= 0 \end{aligned}$$

Equazioni di equilibrio alla traslazione

$$\begin{aligned} \frac{M_{1,4} + M_{4,1}}{h} + \frac{M_{2,5} + M_{5,2}}{h} + \frac{M_{3,6} + M_{6,3}}{h} &= -(F_1 + F_2 + F_3) \\ \frac{M_{4,7} + M_{7,4}}{h} + \frac{M_{5,8} + M_{8,5}}{h} + \frac{M_{6,9} + M_{9,6}}{h} &= -(F_2 + F_3) \\ \frac{M_{7,10} + M_{10,7}}{h} + \frac{M_{8,11} + M_{11,8}}{h} + \frac{M_{9,12} + M_{12,9}}{h} &= -(F_3) \end{aligned}$$

Ovviamente tutte le equazioni andranno poi sviluppate tenendo presente l'espressione "master" dei momenti flettenti di cui si è detto ad inizio paragrafo. Non ritenendo opportuno dilungarci nello sviluppo di tutti i passaggi si fa soltanto notare che è possibile "automatizzare" la scrittura delle matrici rappresentative del sistema di equazioni facendo alcune considerazioni:

- Anzitutto è possibile individuare una sottomatrice all'interno della matrice di rigidezza che raccoglie la parte rotazionale e che è identica alla matrice di rigidezza del telaio supposto a nodi fissi
- i termini sulla diagonale principale sono pari alla sommatoria delle rigidezze W_{ij} delle aste confluenti nel nodo i
- i termini fuori diagonale sono pari a $V_{ij} = V_{ji}$ nel caso in cui i nodi i e j siano tra di loro collegati, pari a 0 nel caso in cui non lo siano
- i termini noti sono pari alla sommatoria dei momenti di incastro perfetti confluenti nel nodo i cambiati di segno per la parte rotazionale, più la somma delle forze orizzontali agenti al piano k per la parte traslazionale

- gli altri termini sulla diagonale principale si presentano nella forma di sommatoria delle rigidezze traslanti dei ritti del piano k-esimo divise per l'altezza degli interpiani
- i termini fuori diagonale si presentano nella forma $-U_{ij}$ a seconda che i ritti appartengano al piano k interessato quindi dallo spostamento δ_k ; vengono posti pari a 0 in caso contrario
- la matrice delle rigidezze è simmetrica.

3.4 Rigidezze delle aste del telaio

Prima di procedere alla risoluzione delle singole combinazioni di carico si ricorda che per le aste incastrate-incastrate valgono le seguenti relazioni:

$$W_{i,j} = \frac{4EI}{L_{ij}} = W_{j,i}$$

$$V_{i,j} = \frac{2EI}{L_{ij}} = V_{j,i}$$

$$U_{i,j} = -\frac{6EI}{L_{ij}^2} = -U_{j,i}$$

$$\mu_{i,j} = -\frac{qL_{ij}^2}{12} = -\mu_{j,i}$$

Per il telaio in esame sono di seguito riassunte le rigidezze di tutte le aste (calcolate con $E=250000$ kg/cmq):

Asta	Lij [cm]	b [cm]	h [cm]	Inerzia [cm ⁴]	Wij [kgcm]	Vij [kgcm]	Uij [kg]
1,4	350	50	40	416667	1190476190	595238095	5102041
4,7	350	50	40	416667	1190476190	595238095	5102041
7,10	350	50	40	416667	1190476190	595238095	5102041
2,5	350	50	80	833333	2380952381	1190476190	10204082
5,8	350	50	80	833333	2380952381	1190476190	10204082
8,11	350	50	80	833333	2380952381	1190476190	10204082
3,6	350	50	40	416667	1190476190	595238095	5102041
6,9	350	50	40	416667	1190476190	595238095	5102041
9,12	350	50	40	416667	1190476190	595238095	5102041
4,5	450	30	60	540000	1200000000	600000000	-
5,6	500	30	60	540000	1080000000	540000000	-
7,8	450	30	60	540000	1200000000	600000000	-
8,9	500	30	60	540000	1080000000	540000000	-
10,11	450	30	60	540000	1200000000	600000000	-
11,12	500	30	60	540000	1080000000	540000000	-

N.B.: nella tabella di cui sopra non si riportano i valori dei coefficienti di rigidezza U_{ij} per le travi soltanto per il fatto che essi non vengono utilizzati nel calcolo essendo la struttura a maglie rettangolari.

3.5 Combinazione 1: Carichi verticali

Si valutano anzitutto i carichi gravanti sul telaio: per questa combinazione vale la relazione

$$Q_d = 1.4 \cdot G_k + 1.5 \cdot Q_k$$

$q_1 = q_2 = 6446.8 \text{ kg/m}$ [1° e 2° impalcato]
 $q_3 = 4703.9 \text{ kg/m}$ [3° impalcato]

per cui è possibile calcolare i momenti di incastro perfetto:

$$\mu_{4,5} = -\frac{q_1 L_1^2}{12} = -\mu_{5,4} = -1087898 \text{ kgm}$$

$$\mu_{5,6} = -\frac{q_1 L_2^2}{12} = -\mu_{6,5} = -1343083 \text{ kgm}$$

$$\mu_{7,8} = -\frac{q_2 L_1^2}{12} = -\mu_{8,7} = -1087898 \text{ kgm}$$

$$\mu_{8,9} = -\frac{q_2 L_2^2}{12} = -\mu_{9,8} = -1343083 \text{ kgm}$$

$$\mu_{10,11} = -\frac{q_3 L_1^2}{12} = -\mu_{11,10} = -793783 \text{ kgm}$$

$$\mu_{11,12} = -\frac{q_3 L_2^2}{12} = -\mu_{12,11} = -979979 \text{ kgm}$$

e quindi il vettore dei termini noti:

$$\underline{f} - \underline{f}_o =$$

1087898
255186
-1343083
1087898
255186
-1343083
793783
186196
-979979
0
0
0

Quanto alla matrice di rigidezza questa è data da:

3580952381	600000000	0	595238095	0	0	0	0	0	-5102041	-5102041	0
600000000	7041904762	540000000	0	1190476190	0	0	0	0	-10204082	-10204082	0
0	540000000	3460952381	0	0	595238095	0	0	0	-5102041	-5102041	0
595238095	0	0	3580952381	600000000	0	595238095	0	0	0	-5102041	-5102041
0	1190476190	0	600000000	7041904762	540000000	0	1190476190	0	0	-10204082	-10204082
0	0	595238095	0	540000000	3460952381	0	0	595238095	0	-5102041	-5102041
0	0	0	595238095	0	0	2390476190	600000000	0	0	0	-5102041
0	0	0	0	1190476190	0	600000000	4660952381	540000000	0	0	-10204082
0	0	0	0	0	595238095	0	540000000	2270476190	0	0	-5102041
-5102041	-10204082	-5102041	0	0	0	0	0	0	116618	0	0
-5102041	-10204082	-5102041	-5102041	-10204082	-5102041	0	0	0	0	116618	0
0	0	0	-5102041	-10204082	-5102041	-5102041	-10204082	-5102041	0	0	116618

N.B.: Una verifica preliminare consiste nel controllare che la matrice sia simmetrica e definita positiva: questo secondo punto implica che tutti i termini sulla diagonale principale siano strettamente positivi.

Operativamente per risolvere lo schema di carico è stato implementato un foglio elettronico in grado di svolgere il sistema di 12 equazioni in 12 incognite alla base del problema. Da un punto di vista puramente matematico infatti la risoluzione del sistema non offre nessuna complicazione particolare, trattandosi semplicemente di invertire la matrice delle rigidezze e di moltiplicarla, righe per colonne, con il vettore dei termini noti. Non ritenendo opportuno soffermarsi eccessivamente sul calcolo (ampiamente sviluppato nell'allegato foglio di calcolo) si riportano di seguito i risultati del sistema:

$$\underline{s} = \begin{bmatrix} \varphi_4 \\ \varphi_5 \\ \varphi_6 \\ \varphi_7 \\ \varphi_8 \\ \varphi_9 \\ \varphi_{10} \\ \varphi_{11} \\ \varphi_{12} \\ \delta_1 \\ \delta_2 \\ \delta_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.00025905 \text{ rad} \\ 3.2499\text{E-}05 \text{ rad} \\ -0.0003513 \text{ rad} \\ 0.00020612 \text{ rad} \\ 2.0548\text{E-}05 \text{ rad} \\ -0.0002737 \text{ rad} \\ 0.00026561 \text{ rad} \\ 3.8268\text{E-}05 \text{ rad} \\ -0.0003748 \text{ rad} \\ -0.001192 \text{ cm} \\ -0.0023497 \text{ cm} \end{bmatrix}$$

A questo punto si calcolano tutte le caratteristiche della sollecitazione (ovviamente si ricorda che i segni fanno riferimento alla convenzione del Cross):

Pilastri

I ordine	M 1,4	160277 kgcm
	M 4,1	314473 kgcm
	M 2,5	50852 kgcm
	M 5,2	89541 kgcm
	M 3,6	-203020 kgcm
	M 6,3	-412122 kgcm

II ordine	M 4,7	443067 kgcm
	M 7,4	411560 kgcm
	M 5,8	125816 kgcm
	M 8,5	111589 kgcm
	M 6,9	-569116 kgcm
	M 9,6	-522916 kgcm

Travi

I impalcato	M 4,5	-757540 kgcm
	M 5,4	1282325 kgcm
	M 5,6	-1497682 kgcm
	M 6,5	981238 kgcm

II impalcato	M 7,8	-828230 kgcm
	M 8,7	1236224 kgcm
	M 8,9	-1468675 kgcm
	M 9,8	1058612 kgcm

III ordine	M 7,10	416670 kgcm	III impalcato	M 10,11	-452085 kgcm
	M 10,7	452085 Kgcm		M 11,10	999074 kgcm
	M 8,11	120862 Kgcm		M 11,12	-1141032 kgcm
	M 11,8	141958 Kgcm		M 12,11	595880 kgcm
	M 9,12	-535696 Kgcm			
	M 12,9	-595880 Kgcm			

Per quanto riguarda i tagli si ricorda che valgono le seguenti espressioni generali:

$$T_{i,j} = -\frac{M_{i,j} + M_{j,i}}{h} \quad \text{per i pilastri}$$

$$T_{i,j} = -\frac{M_{i,j} + M_{j,i}}{h} \pm \frac{ql}{2} \quad \text{per le travi}$$

Per cui svolgendo i calcoli si ha:

Pilastri

I ordine	T 1,4	-1356.43 Kg
	T 2,5	-401.12 Kg
	T 3,6	1757.55 Kg
II ordine	T 4,7	-2441.79 Kg
	T 5,8	-678.30 Kg
	T 6,9	3120.09 Kg
III ordine	T 7,10	-2482.16 Kg
	T 8,11	-750.91 Kg
	T 9,12	3233.07 Kg

Travi

I impalcato	T 4,5	13339.11 Kg
	T 5,4	-15671.49 Kg
	T 5,6	17149.89 Kg
	T 6,5	-15084.11 Kg
II impalcato	T 7,8	13598.65 Kg
	T 8,7	-15411.95 Kg
	T 8,9	16937.13 Kg
	T 9,8	-15296.87 Kg
III impalcato	T 10,11	9368.25 Kg
	T 11,10	-11799.30 Kg
	T 11,12	12850.05 Kg
	T 12,11	-10669.45 Kg

e infine gli sforzi normali sono dati da relazioni di equilibrio ai nodi:

$$N_{7,10} = T_{10,11}$$

$$N_{8,11} = T_{11,12} - T_{11,10}$$

$$N_{9,12} = -T_{12,11}$$

$$N_{10,11} = F_3 - T_{7,10}$$

$$N_{11,12} = T_{9,12}$$

$$N_{4,7} = N_{7,10} + T_{7,8}$$

$$N_{5,8} = N_{8,11} + T_{8,9} - T_{8,7}$$

$$N_{6,9} = N_{9,12} - T_{9,8}$$

$$N_{7,8} = F_2 + T_{7,10} - T_{4,7}$$

$$N_{8,9} = T_{6,9} - T_{9,12}$$

$$N_{1,4} = N_{4,7} + T_{4,5}$$

$$N_{2,5} = N_{5,8} + T_{5,6} - T_{5,4}$$

$$N_{3,6} = N_{6,9} - T_{6,5}$$

$$N_{4,5} = F_1 + T_{4,7} - T_{1,4}$$

$$N_{5,6} = T_{3,6} - T_{6,9}$$

per cui riassumendo si ha:

<i>Pilastri</i>			<i>Travi</i>		
I ordine	N 1,4	36306.00 Kg	I impalcato	N 4,5	-1085.36 Kg
	N 2,5	89819.82 Kg		N 5,6	-1362.54 Kg
	N 3,6	41050.43 Kg			
II ordine	N 4,7	22966.89 Kg	II impalcato	N 7,8	-40.37 Kg
	N 5,8	56998.44 Kg		N 8,9	-112.98 Kg
	N 6,9	25966.32 Kg			
III ordine	N 7,10	9368.25 Kg	III impalcato	N 10,11	2482.16 Kg
	N 8,11	24649.36 Kg		N 11,12	3233.07 Kg
	N 9,12	10669.45 Kg			

Si rimanda in ogni caso alle tavole allegate per la rappresentazione dei diagrammi delle caratteristiche della sollecitazione.

3.6 Combinazione 2: Carichi verticali + Forze sismiche

Per questo schema di carico valgono tutte le considerazioni fatte nel paragrafo precedente relativamente alle modalità di risoluzione. Stante inoltre la stessa matrice di rigidezza, vanno ricalcolati soltanto i carichi agenti sulla struttura, da cui discenderà un nuovo vettore di termini noti. Ricordando che per questa combinazione vale la relazione:

$$Q_d = G_k + 0.3 \cdot Q_k$$

$$\begin{aligned} q_1 = q_2 &= 3677.6 \text{ kg/m} & [1^\circ \text{ e } 2^\circ \text{ impalcato}] \\ q_3 &= 2896.3 \text{ kg/m} & [3^\circ \text{ impalcato}] \end{aligned}$$

e quindi:

$$\begin{aligned} \mu_{4,5} &= -\frac{q_1 L_1^2}{12} = -\mu_{5,4} = -620595 \text{ kgm} \\ \mu_{5,6} &= -\frac{q_1 L_2^2}{12} = -\mu_{6,5} = -766167 \text{ kgm} \\ \mu_{7,8} &= -\frac{q_2 L_1^2}{12} = -\mu_{8,7} = -620595 \text{ kgm} \\ \mu_{8,9} &= -\frac{q_2 L_2^2}{12} = -\mu_{9,8} = -766167 \text{ kgm} \\ \mu_{10,11} &= -\frac{q_3 L_1^2}{12} = -\mu_{11,10} = -488751 \text{ kgm} \\ \mu_{11,12} &= -\frac{q_3 L_2^2}{12} = -\mu_{12,11} = -603396 \text{ kgm} \end{aligned}$$

E ricordando che stavolta sono presenti le forze:

$F_1=4918$ kg
 $F_2=9835$ kg
 $F_3=10248$ kg

il vettore dei termini noti è:

$$\underline{f} - \underline{f_o} = \begin{bmatrix} 620595 \\ 145572 \\ -766167 \\ 620595 \\ 145572 \\ -766167 \\ 488751 \\ 114645 \\ -603396 \\ 25001 \\ 20083 \\ 10248 \end{bmatrix}$$

Per cui il vettore delle incognite è dato da:

$$\underline{s} = \begin{bmatrix} \varphi_4 \\ \varphi_5 \\ \varphi_6 \\ \varphi_7 \\ \varphi_8 \\ \varphi_9 \\ \varphi_{10} \\ \varphi_{11} \\ \varphi_{12} \\ \delta_1 \\ \delta_2 \\ \delta_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.001078093 \text{ rad} \\ 0.000970382 \text{ rad} \\ 0.000772901 \text{ rad} \\ 0.000843262 \text{ rad} \\ 0.000752949 \text{ rad} \\ 0.000603173 \text{ rad} \\ 0.000490636 \text{ rad} \\ 0.000357617 \text{ rad} \\ 0.000107939 \text{ rad} \\ 0.380272954 \text{ cm} \\ 0.467265678 \text{ cm} \end{bmatrix}$$

Si riassumono di seguito le caratteristiche della sollecitazione interna:

Momenti Flettenti

Pilastri

I ordine	M 1,4	-1298446 kgcm
	M 4,1	-656724 kgcm
	M 2,5	-2725120 kgcm
	M 5,2	-1569904 kgcm
	M 3,6	-1480108 kgcm
	M 6,3	-1020048 kgcm

Travi

I impalcato	M 4,5	1255346 kgcm
	M 5,4	2431909 kgcm
	M 5,6	699212 kgcm
	M 6,5	2124905 kgcm

II ordine	M 4,7	-598622 kgcm	II impalcato	M 7,8	843089 kgcm
	M 7,4	-738403 kgcm		M 8,7	2030091 kgcm
	M 5,8	-1561217 kgcm		M 8,9	372732 kgcm
	M 8,5	-1820065 kgcm		M 9,8	1824186 kgcm
	M 6,9	-1104857 kgcm			
	M 9,6	-1205885 kgcm			

III ordine	M 7,10	-104686 kgcm	III impalcato	M 10,11	314582 kgcm
	M 10,7	-314582 kgcm		M 11,10	1212273 kgcm
	M 8,11	-582757 kgcm		M 11,12	-158882 kgcm
	M 11,8	-1053390 kgcm		M 12,11	913083 kgcm
	M 9,12	-618301 kgcm			
	M 12,9	-913083 kgcm			

Tagli

Pilastrì

I ordine	T 1,4	5586.20 Kg
	T 2,5	12271.50 Kg
	T 3,6	7143.30 Kg
II ordine	T 4,7	3820.07 Kg
	T 5,8	9660.81 Kg
	T 6,9	6602.12 Kg
III ordine	T 7,10	1197.91 Kg
	T 8,11	4674.71 Kg
	T 9,12	4375.38 Kg

Travi

I impalcato	T 4,5	80.70 Kg
	T 5,4	-16468.50 Kg
	T 5,6	3545.77 Kg
	T 6,5	-14842.23 Kg
II impalcato	T 7,8	1889.76 Kg
	T 8,7	-14659.44 Kg
	T 8,9	4800.16 Kg
	T 9,8	-13587.84 Kg
III impalcato	T 10,11	3123.66 Kg
	T 11,10	-9909.69 Kg
	T 11,12	5732.35 Kg
	T 12,11	-8749.15 Kg

Sforzi Normali

Pilastrì

I ordine	N 1,4	5094.12 Kg
	N 2,5	55115.91 Kg
	N 3,6	37179.22 Kg
II ordine	N 4,7	5013.42 Kg
	N 5,8	35101.64 Kg
	N 6,9	22336.99 Kg
III ordine	N 7,10	3123.66 Kg
	N 8,11	15642.03 Kg
	N 9,12	8749.15 Kg

Travi

I impalcato	N 4,5	3151.87 Kg
	N 5,6	541.18 Kg
II impalcato	N 7,8	7212.84 Kg
	N 8,9	2226.74 Kg
III impalcato	N 10,11	9050.09 Kg
	N 11,12	4375.38 Kg

3.7 Combinazione 3: Carichi verticali - Forze sismiche

Per quest'ultimo schema di carico variano rispetto al precedente soltanto le forze, che agiscono in direzione contraria. Per cui ricordando che:

$$q_1 = q_2 = 3677.6 \text{ kg/m} \quad [1^\circ \text{ e } 2^\circ \text{ impalcato}]$$

$$q_3 = 2896.3 \text{ kg/m} \quad [3^\circ \text{ impalcato}]$$

$$\mu_{4,5} = -\frac{q_1 L_1^2}{12} = -\mu_{5,4} = -1087898 \text{ kgm}$$

$$\mu_{5,6} = -\frac{q_1 L_2^2}{12} = -\mu_{6,5} = -1343083 \text{ kgm}$$

$$\mu_{7,8} = -\frac{q_2 L_1^2}{12} = -\mu_{8,7} = -1087898 \text{ kgm}$$

$$\mu_{8,9} = -\frac{q_2 L_2^2}{12} = -\mu_{9,8} = -1343083 \text{ kgm}$$

$$\mu_{10,11} = -\frac{q_3 L_1^2}{12} = -\mu_{11,10} = -793783 \text{ kgm}$$

$$\mu_{11,12} = -\frac{q_3 L_2^2}{12} = -\mu_{12,11} = -979979 \text{ kgm}$$

$$F_1 = -4918 \text{ kg}$$

$$F_2 = -9835 \text{ kg}$$

$$F_3 = -10248 \text{ kg}$$

il vettore dei termini noti è:

$$\underline{f} - \underline{f_o} =$$

620595
145572
-766167
620595
145572
-766167
488751
114645
-603396
-25001
-20083
-10248

Da cui risolvendo il sistema:

$$\underline{s} = \begin{bmatrix} \varphi_4 \\ \varphi_5 \\ \varphi_6 \\ \varphi_7 \\ \varphi_8 \\ \varphi_9 \\ \varphi_{10} \\ \varphi_{11} \\ \varphi_{12} \\ \delta_1 \\ \delta_2 \\ \delta_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.00078174 \text{ rad} \\ -0.00093308 \text{ rad} \\ -0.00117502 \text{ rad} \\ -0.00061320 \text{ rad} \\ -0.00073068 \text{ rad} \\ -0.00090790 \text{ rad} \\ -0.00015773 \text{ rad} \\ -0.00030927 \text{ rad} \\ -0.00057801 \text{ rad} \\ -0.38163616 \text{ cm} \\ -0.46994688 \text{ cm} \end{bmatrix}$$

Di seguito sono riassunte le caratteristiche della sollecitazione interna derivanti da quest'ultima analisi:

Momenti Flettenti

Pilastri

I ordine	M 1,4	1481803 kgcm
	M 4,1	1016482 kgcm
	M 2,5	2783441 kgcm
	M 5,2	1672635 kgcm
	M 3,6	1247704 kgcm
	M 6,3	548285 kgcm

II ordine	M 4,7	1102046 kgcm
	M 7,4	1202366 kgcm
	M 5,8	1703908 kgcm
	M 8,5	1944856 kgcm
	M 6,9	458435 kgcm
	M 9,6	617440 kgcm

III ordine	M 7,10	592479 kgcm
	M 10,7	863591 kgcm
	M 8,11	724852 kgcm
	M 11,8	1226535 kgcm
	M 9,12	-8510 kgcm
	M 12,9	187854 kgcm

Travi

I impalcato	M 4,5	-2118528 kgcm
	M 5,4	-968140 kgcm
	M 5,6	-2408402 kgcm
	M 6,5	-1006721 kgcm

II impalcato	M 7,8	-1794845 kgcm
	M 8,7	-624142 kgcm
	M 8,9	-2045566 kgcm
	M 9,8	-608929 kgcm

III impalcato	M 10,11	-863591 kgcm
	M 11,10	22991 kgcm
	M 11,12	-1249526 kgcm
	M 12,11	-187854 kgcm

Tagli

Pilastri

I ordine	T 1,4	-7137.96 Kg
	T 2,5	-12731.65 Kg

Travi

I impalcato	T 4,5	15133.86 Kg
	T 5,4	-1415.34 Kg

Riccardo Sabatino 463/1 – Progetto di un telaio in c.a. – A.A. 2003/04

	T 3,6	-5131.40 Kg		T 5,6	16024.25 Kg
				T 6,5	-2363.75 Kg
II ordine	T 4,7	-6584.03 Kg			
	T 5,8	-10425.04 Kg	II impalcato	T 7,8	13650.13 Kg
	T 6,9	-3073.93 Kg		T 8,7	-2899.07 Kg
				T 8,9	14502.99 Kg
III ordine	T 7,10	-4160.20 Kg		T 9,8	-3885.01 Kg
	T 8,11	-5575.39 Kg			
	T 9,12	-512.41 Kg	III impalcato	T 10,11	8384.67 Kg
				T 11,10	-4648.68 Kg
				T 11,12	10115.51 Kg
				T 12,11	-4365.99 Kg

Sforzi Normali

Pilastri

I ordine	N 1,4	37168.66 Kg
	N 2,5	49605.83 Kg
	N 3,6	10614.75 Kg
II ordine	N 4,7	22034.80 Kg
	N 5,8	32166.25 Kg
	N 6,9	8251.00 Kg
III ordine	N 7,10	8384.67 Kg
	N 8,11	14764.18 Kg
	N 9,12	4365.99 Kg

Travi

I impalcato	N 4,5	-4364.08 Kg
	N 5,6	-2057.47 Kg
II impalcato	N 7,8	-7411.17 Kg
	N 8,9	-2561.52 Kg
III impalcato	N 10,11	-6087.80 Kg
	N 11,12	-512.41 Kg