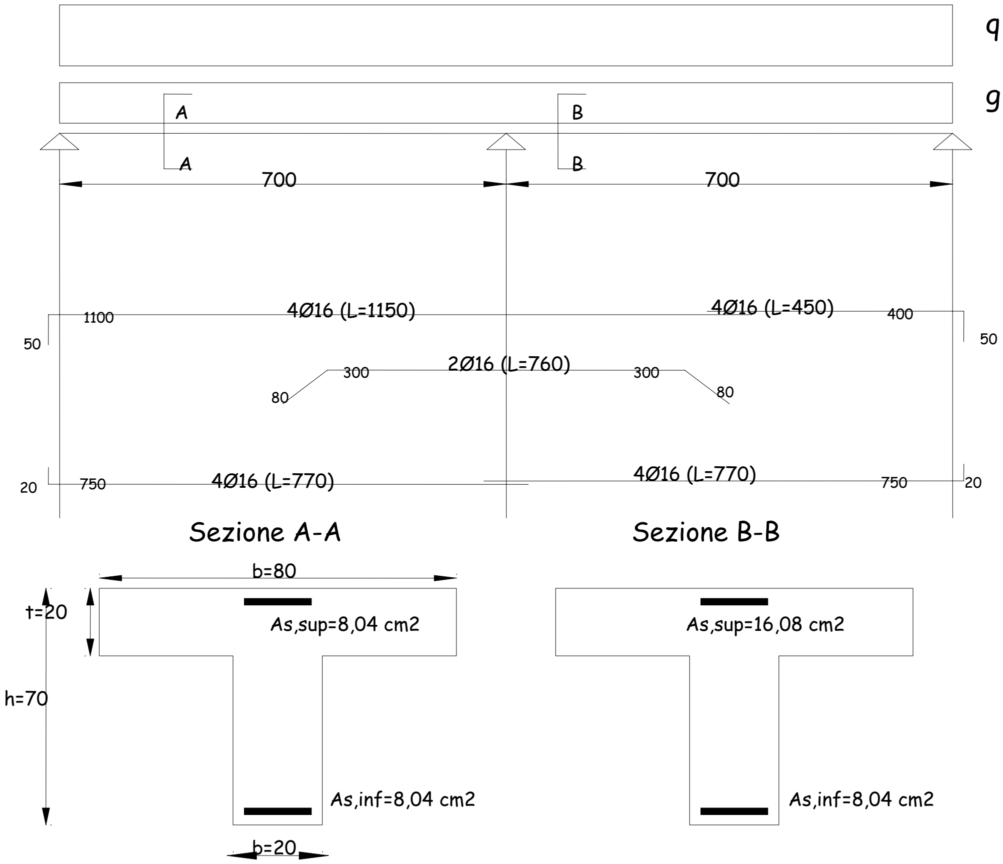
Verifiche alle **Tensioni Ammissibili**

Determinazione del carico utile (o ammissibile) a flessione in una trave continua su tre appoggi.

Valutazione del carico utile su una trave continua

(Metodo delle Tensioni Ammissibili)

Si consideri la trave continua rappresentata nel seguito.



Il valore delle del peso proprio e dei sovraccarichi permaneti è::

$g=$ 15.0 kN/m $L=$ 7.00 m

I materiali che si ntende utilizzare hanno le seguenti caratteristiche meccaniche:

FeB44k

$\sigma_{s,amm}=$ 255.0 MPa

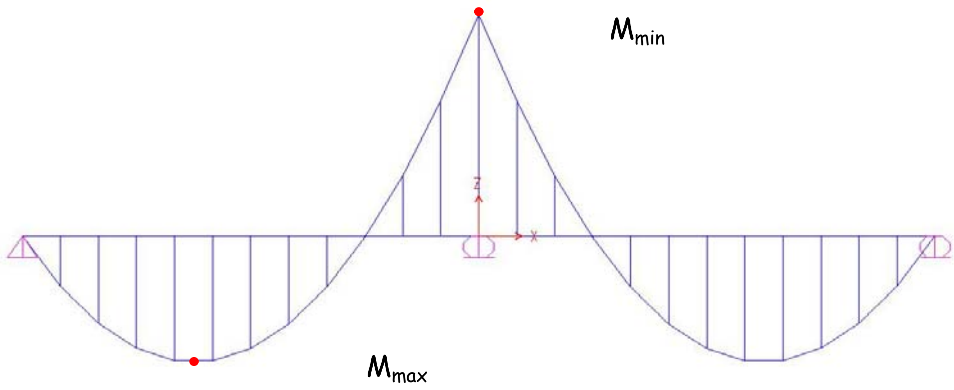
Calcestruzzo C20/25

$R_{ck}=$ 25.0 MPa $\sigma_{c,amm}=$ 8.50 MPa

<u>Per la trave rappresentata in figura si determini il valore del carico utile q rispetto alla verifica a flessione condotta secondo il Metodo delle Tensioni Ammissibili</u>

Analisi delle sollecitazioni

L'andamento del diagramma del momento flettente lungo la trave dipende dal valore di q, ma il suo andamento parabolico è rappresentato nella figura seguente:



Risulta

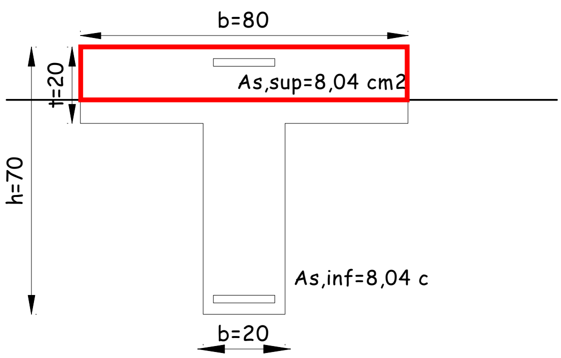
$$M_{min} = \frac{(g+q)\cdot L^2}{8} \qquad\qquad M_{max} \approx \frac{(g+q)\cdot L^2}{14{,}2}$$

Il valore utile del carico variabile q si ottiene uguagliando i momento sollecitanti ai corrispondenti momenti resistenti da valutare in corrispondenza della sezione di appoggio (sezione B-B) e di campata (sezione A-A).

Calcolo del moemnto resistente della sezione di campata

La sezione di campata è sollecitata a momento flettente positivo e, dunque, va calcolato con riferimento alla sezione rappresentata nel seguito.

Si tratta di una sezione a T per la quale è necessario, dapprima, valutare la posizione dell'asse neutro. In prima battuta si ipotizza che l'asse neutro "ricada" nell'ala:



$$y_c < t$$

In questa ipotesi, attesa la non resistenza a trazione del calcestruzzo, la sezione a T si comporta come se fosse una sezione rettangolare in doppia armatura con le seguenti caratteristiche geometriche:

B=	80	cm
h=	70	cm

A_s=$A_{s,inf}$= 8.04 cm^2
A_s'=$A_{s,sup}$= 8.04 cm^2
d'= 3 cm

Applicando la formula per il calcolo dell'asse neutro in sezioni rettangolari si ha:

$$y_c = \frac{n\cdot(A_s + A_s')}{B}\cdot\left[-1+\sqrt{1+\frac{2\cdot B\cdot(d\cdot A_s + d'\cdot A_s')}{n\cdot(A_s + A_s')^2}}\right] =$$

$$= \frac{15\cdot(8.04+8.04)}{80}\cdot\left[-1+\sqrt{1+\frac{2\cdot 80\cdot(67\cdot 8.04+3\cdot 8.04)}{15\cdot(8.04+8.04)^2}}\right] = \qquad 11.82 \text{ cm}$$

L'ipotesi di partenza è verificata poiché la profondità y_c dell'asse neutro è minore dello della soletta. Se ciò non si fosse verificato, si sarebbe dovuto ricercare l'asse neutro per valori maggiori di t, ovvero ammetendo che esso "tagli" l'anima della sezione a "T".

Si può, dunque, procedere al calcolo del momento d'inerza della sezione reagente (rappresentata nella figura di sopra):

$$I_n = \frac{By_c^{\ 3}}{3} + n\cdot\left[A_s'\cdot(y_c - d')^2 + A_s\cdot(d-y_c)^2\right] =$$

$$\frac{80\cdot(11.82)^3}{3} + 15\cdot\left[8.04\cdot(11.82-3)^2 + 8.04\cdot(67-11.82)^2\right] = \qquad 420625.89 \text{ cm}^4$$

e definire, di conseguenza il valore dei momenti resistenti dell'acciaio M_{rs} e del calcestruzzo M_{rc} , ovvero i valori del moemnto per i quali si attingono le tensioni ammissibili nelle armature tese (quelle inferiori nella fattispecie) e nel calcestruzzo compresso, rispettivamente:

$$\sigma_s = n\cdot\frac{M}{I_n}\cdot(d-y_c) = \overline{\sigma}_s \Rightarrow$$

$$M_{r,s} = \frac{I_n}{n\cdot(d-y_c)}\cdot\overline{\sigma}_s = \frac{420625.89}{15\cdot(670-118.2)}\cdot 255 = \qquad 129592521.7 \text{ Nmm}$$

129.59 kNm

$$\sigma_c = \frac{M}{I_n}\cdot y_c = \overline{\sigma}_c \Rightarrow$$

$$M_{r,c} = \frac{I_n}{y_c}\cdot\overline{\sigma}_c = \frac{420625.89\cdot 10^4}{118.2}\cdot 8.50 = \qquad 302426225.6 \text{ Nmm}$$

302.43 kNm

In definitiva il momento resistente della sezione di campata (ovvero quel valore del momento sollecitante che determina il raggiungimento della tensione ammissibile in uno dei due materiali senza che nell'altro venga superata la corrispondente tensione ammissibile) si detrmina come segue:

$$M^{(+)} = \min\left(M^{(+)}\ M^{(+)}\right) =$$

$$M_r^{(+)} = \min\left(M_{rc}^{(+)}, M_{rs}^{(+)}\right) = \qquad 129.59 \quad \text{kNm}$$

In forza di queste considerazioni, il valore del carico utile determinato dal raggiungimento della resistenza ammissibile in campata si ottiene come segue:

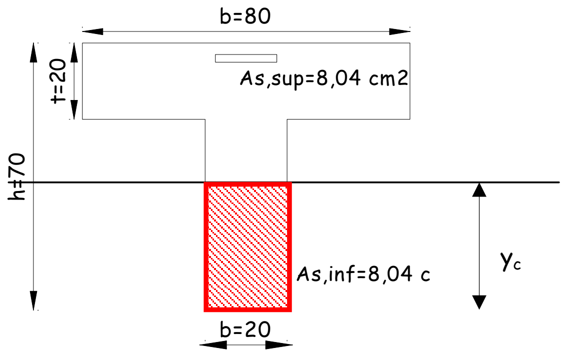
$$q_u^{(+)} = \frac{14.2 \cdot M_r^{(+)}}{L^2} - g = \frac{14.2 \cdot 129.59}{(7.00)^2} - 20 = \qquad \mathbf{22.56} \quad \text{kN/m}$$

Calcolo del momento resistente della sezione in appoggio

La sezione d'appoggio è sollecitata a momento flettente negativo e, dunque, va calcolato con riferimento alla sezione rappresentata nel seguito.

Si tratta di una sezione a T per la quale è necessario, dapprima, valutare la posizione dell'asse neutro. In questo caso il lembo compresso della sezione coincide con il suo intradosso a partire dal quale va ricercata la posizione dell'asse neutro individuata dalla profondità y_c.

Nell'ipotesi che l'asse neutro "tagli" l'anima della trave (y_c<h-t), comportamento della sezione coincide con quello di una sezione rettangolare caratterizzata dai seguenti parametri geomentici



B=	20	cm
h=	70	cm
A_s=$A_{s,sup}$=	16.08	cm^2
A_s'=$A_{s,ind}$=	8.04	cm^2
d'=	3	cm

Applicando la formula per il calcolo dell'asse neutro in sezioni rettangolari si ha:

$$y_c = \frac{n \cdot (A_s + A_s')}{b} \cdot \left[-1 + \sqrt{1 + \frac{2 \cdot b \cdot (d \cdot A_s + d' \cdot A_s')}{n \cdot (A_s + A_s')^2}}\right] =$$

$$= \frac{15 \cdot (16.08 + 8.04)}{20} \cdot \left[-1 + \sqrt{1 + \frac{2 \cdot 80 \cdot (67 \cdot 16.08 + 3 \cdot 8.04)}{15 \cdot (16.08 + 8.04)^2}}\right] = \qquad 26.40 \quad \text{cm}$$

L'ipotesi di partenza è verificata poiché la profondità y_c dell'asse neutro è minore di h-t.

Si può, dunque, procedere al calcolo del momento d'inerza della sezione reagente (rappresentata nella figura di sopra):

$$I_n = \frac{By_c^{\,3}}{3} + n \cdot \left[A_s' \cdot (y_c - d')^2 + A_s \cdot (d - y_c)^2\right] =$$

$$\frac{20 \cdot (11.82)^3}{3} + 15 \cdot \left[8.04 \cdot (26.40 - 3)^2 + 16.08 \cdot (67 - 26.40)^2\right] = \quad 586285.13 \ \text{cm}^4$$

e definire, di conseguenza il valore dei momenti resistenti dell'acciaio M_{rs} e del calcestruzzo M_{rc} , ovvero i valori del moemnto per i quali si attingono le tensioni ammissibili nelle armature tese (quelle inferiori nella fattispecie) e nel calcestruzzo compresso, rispettivamente:

$$\sigma_s = n \cdot \frac{M}{I_n} \cdot (d - y_c) = \overline{\sigma}_s \Rightarrow$$

$$M_{r,s} = \frac{I_n}{n \cdot (d - y_c)} \cdot \overline{\sigma}_s = \frac{586285.13 \cdot 10^4}{15 \cdot (670 - 264.0)} \cdot 255 = \quad 245496185.3 \ \text{Nmm}$$

245.50 kNm

$$\sigma_c = \frac{M}{I_n} \cdot y_c = \overline{\sigma}_c \Rightarrow$$

$$M_{r,c} = \frac{I_n}{y_c} \cdot \overline{\sigma}_c = \frac{586285.13 \cdot 10^4}{264.0} \cdot 8.50 = \quad 188757366.5 \ \text{Nmm}$$

188.76 kNm

In definitiva il momento resistente della sezione di campata (ovvero quel valore del momento sollecitante che determina il raggiungimento della tensione ammissibile in uno dei due materiali senza che nell'altro venga superata la corrispondente tensione ammissibile) si detrmina come segue:

$$M_r^{(-)} = \min\left(M_{rc}^{(-)}, M_{rs}^{(-)}\right) = \quad 188.76 \quad \text{kNm}$$

In forza di queste considerazioni, il valore del carico utile determinato dal raggiungimento della resistenza ammissibile in campata si ottiene come segue:

$$q_u^{(-)} = \frac{8 \cdot M_r^{(-)}}{L^2} - g = \frac{8 \cdot 188.76}{(7.00)^2} - 20 = \quad \mathbf{15.82} \quad \text{kN/m}$$

Conclusioni

In conclusione, il valore del carico utile, ovvero <u>il valore massimo del carico variabile q</u> che che non determina il superamento della tensione ammissibili in nessun punto della trave si ottiene come segue:

$$q_u = \min\left(q_u^{(+)}, q_u^{(-)}\right) = \quad \mathbf{15.82} \quad \text{kN/m}$$

Alcuni quesiti di approfondimento

1) Si consideri la stessa trave caricata con g=10 kN/m e q=20 kN/m. Sulla base dei risultati dell'esercizio precedente si ritiene che essa sia verificata? Si effettui la verifica analitica della trave a flessione.

2) Con riferimento all'esercizio precedente, di quanto aumenterebbe il carico utile se si raddoppiasse l'armatura inferiore in campata? (Verificare analiticamente…)

3) Ancora con riferimento all'esercizio precedente, si può dire che il carico utile q_u diminisce sicuramente se si adotta un acciaio FeB38k? (Verificare analiticamente svolgendo l'esercizio sotto queste ipotesi)