Verifiche alle **Tensioni Ammissibili**

Verifica a presso-flessione di una **Trave in C.A.**

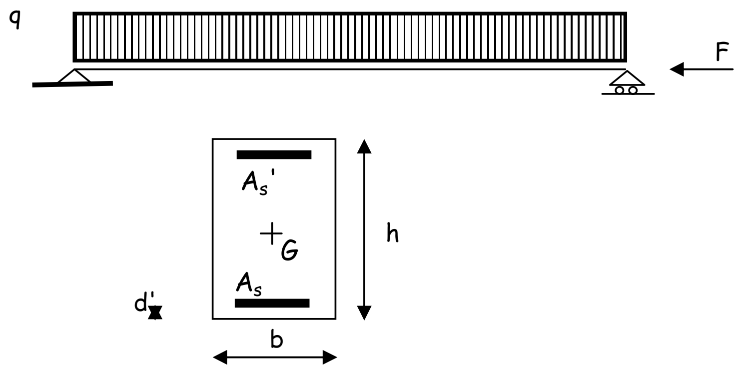
Verifica a Presso-Flessione di una membratura in c.a.

(Metodo delle Tensioni Ammissibili)

Si effettui la verifica a pressoflessione (secondo il Metodo delle Tensioni Ammissibili) della trave rappresentata nella figura per la quale i valori numerici delle grandezze riportate sono pure elencati nel seguito:

- geometria

$b=$	300	mm
$h=$	500	mm
$n=$	15	
$A_s=$	1608	mm^2
$A'_s=$	1608	mm^2
$d'=$	30	mm
$L=$	5.00	m



- carichi

$q=$	30	kN/m
$F=$	100	kN

- materiali

$R_{ck}=$	25	MPa	$\sigma_{c,amm}=$	8.50	MPa	(cfr. D.M. 14/02/92)
Acciaio FeB38k			$\sigma_{s,amm}=$	215.0	MPa	

Come sezione di verifica si individua quella di mezzeria soggetta alle caratteristiche della sollecitazione seguenti:

$N=$ 100 kN $M=$ 93.75 kNm

e, dunque, l'eccentricità dello sforzo normale nella sezione suddetta vale:

$e=$ 937.5 mm

Essendo il centro di pressione esterno alla sezione si potrebbe arguire che nel caso in esame la sezione risulta sollecitata in <u>grande eccentricità</u>, ovvero con asse neutro interno alla sezione. Tuttavia, per esercizio, si determina il raggio del nocciolo d'inerzia della sezione ideale:

$A_{id}=$ 198240 mm^2 $I_{G,id}=$ 5459816000 mm^4

da cui

$r_{n,id}=$ 110.166 mm

che risulta leggermente maggiore del raggio del nocciolo d'inerzia della sezione non armata:

$r_n=$ 83.33 mm

In ogni caso di verifica che e>rn e, dunque, che la sezione è sollecitata in regime di grande eccentricità.
Dalle condizioni di equilibrio alla traslazione (in direzione ortogonale alla sezione) ed alla rotazione attorno all'asse neutro, si determinano le due relazioni seguenti che legano il valore delle caratteristiche della sollecitazione a quello della massima tensione σ_c ce si attinge nel cls:

$$\sigma_c = \frac{N}{S_n} \cdot y_c \qquad \sigma_c = \frac{M_n}{I_n} \cdot y_c = \frac{N \cdot d_n}{I_n} \cdot y_c$$

essendo:

$$d_n = y_c + c \qquad \text{e} \qquad c = e - \frac{h}{2} \quad .$$

Essendo noto N è possibile combinare le due equazioni di sopra ottenedo la seguente relazione

$$S_n \cdot (y_c + c) - I_n = 0 \tag{1}$$

nella quale compaiono soltanto quantità di tipo geometrico definite in funzione di y_c.
Risulta, inoltre,

c= 687.5 mm

La soluzione della (1) non può essere ottenuta in forma chiusa, trattadosi di una equazione di terzo grado. Pertanto, bisogna procedere utilizzando un metodo numerico che consenta di trovare la radice della funzione $F(y_c)$:

$$F(yc) = Sr(yc) \cdot (y_c + c) - Ir(y_c)$$

Si dimostra che valgolo le seguenti relazioni:

$$F'(y) = A_r(y) \cdot (y + c) - S_n(y)$$

$$F''(y) = b(y) \cdot (y + c)$$

e che risulta

$$F'(y_c) > 0 \qquad \text{e} \qquad F''(y) > 0 \qquad \forall y \in (y_c, h)$$

(cfr. Faella: Argomenti di Tecnica delle Costruzioni, vol. 1A). Poiché valgono le ipotesi di stretta crescenza e di concavità positiva nell'intervallo (yc,h), è possibile procedere secondo il cosiddetto Metodo della Tangente.
La valutazione della funzione F(y) e della sua derivata F'(y) può essere effettuata sulla base della sua definizione in termini di momento d'inerzia e momento statico (rispetto all'asse neutro) ed area della sezione reagente riportate simbolicamente nel seguito:

$$I_n(y) = \frac{b \cdot y^3}{3} + n \cdot \left[A_s' \cdot (y - d')^2 + A_s \cdot (d - y)^2\right]$$

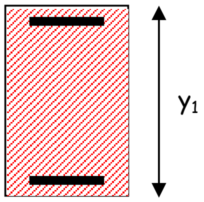
$$S_n(y) = \frac{b \cdot y^2}{2} + n \cdot \left[A_s' \cdot (y - d') - A_s \cdot (d - y)\right]$$

$$A_r(y) = b \cdot y + n \cdot \left[A_s' + A_s\right]$$

Il procedimento ha natura iterativa e si sviluppa come segue:

- 1ª iterazione

y_1= 500 mm



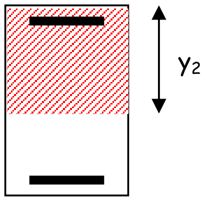
$I_n(y_1)=$ 1.785E+10 mm^4
$S_n(y_1)=$ 4.956E+07 mm^3
$A_r(y_1)=$ 198240 mm^2

$F(y_1)=$ 4.100E+10 mm^4
$F'(y_1)=$ 1.859E+08 mm^3

$\Delta y_1=$ 220.62 mm

- 2ª iterazione

$y_2=$ 279.38 mm



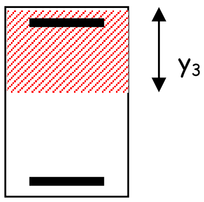
$I_n(y_2)=$ 4.557E+09 mm^4
$S_n(y_2)=$ 1.312E+07 mm^3
$A_r(y_2)=$ 132053.26 mm^2

$F(y_2)=$ 8.133E+09 mm^4
$F'(y_2)=$ 1.146E+08 mm^3

$\Delta y_2=$ 71.00 mm

- 3ª iterazione

$y_3=$ 208.38 mm



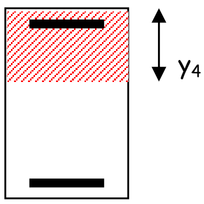
$I_n(y_3)=$ 3.323E+09 mm^4
$S_n(y_3)=$ 4.505E+06 mm^3
$A_r(y_3)=$ 110753.76 mm^2

$F(y_3)=$ 7.132E+08 mm^4
$F'(y_3)=$ 9.472E+07 mm^3

$\Delta y_3=$ 7.53 mm

- 4ª iterazione

$y_4=$ 200.85 mm



$I_n(y_4)=$ 3.262E+09 mm^4
$S_n(y_4)=$ 3.680E+06 mm^3
$A_r(y_4)=$ 108494.88 mm^2

$F(y_4)=$ 7.597E+06 mm^4
$F'(y_4)=$ 9.270E+07 mm^3

$\Delta y_4=$ 0.08 mm

Poiché risulta $\Delta y_4/h$ sufficientemente piccolo (ad esempio minore di 0.01), si può assumere

y_c= 200.77 mm

Con riferimento a tale valore è possibile determinare le caratteristiche geometriche utili necessarie per l'applicazione delle formule di verifica della sezione:

I_n= 3.261E+09 mm^4 S_n= 3.671E+06 mm^3

Risulta dunque:

$$\sigma_c = \frac{N}{S_n} \cdot y_c = \frac{100000}{3671000} \cdot 200.77 = \quad 5.47 \quad \text{MPa} \quad \leq \sigma_{c,amm}$$

o, in alternativa,

$$\sigma_c = \frac{N \cdot d_n}{I_n} \cdot y_c = \frac{100000 \cdot (200.77 + 687.5)}{3.261 \cdot 10^9} \cdot 200.77 = \quad 5.47 \quad \text{MPa} \quad \leq \sigma_{c,amm}$$

Il valore della tensione nell'acciaio si può determinare come segue sulla base dell'ipotesi di linearità delle deformazioni (derivante direttamente dall'ipotesi di conservazione delle sezioni piane) si ottiene:

$$\frac{\sigma_c}{y_c} = \frac{\sigma_s / n}{d - y_c} \Rightarrow \frac{\sigma_s}{d - y_c} = n \cdot \frac{\sigma_c}{y_c} \cdot (d - yc) \quad 110.01 \quad \text{MPa} \quad \leq \sigma_{s,amm}$$

OSSERVAZIONE:

Nell'applicazione della seconda delle formule di verifica per il calcolo della tensione σ_c si sottolinea che il momento M_n=Nd_n non è in generale pari a quello M calcolato sullo schema di trave e, dunque, riferito all'asse neutro della sezione geometrica.

QUESITI COMPLEMENTARI:

- determinare il massimo valore dello sforzo assiale N (in presenza di uncarico q=30 kN/m) che può essere sostenuto dalla trave in oggetto affinchè sia soddisfatta la verifica di pressoflessione;

- determinare il massimo valore del carico q (in presenza di uno sforzo normale N=100 kN) che può essere sostenuto dalla trave in oggetto affinchè sia soddisfatta la verifica di pressoflessione;

- tracciare il dominio di resistenza N-M per la sezione di verifica.