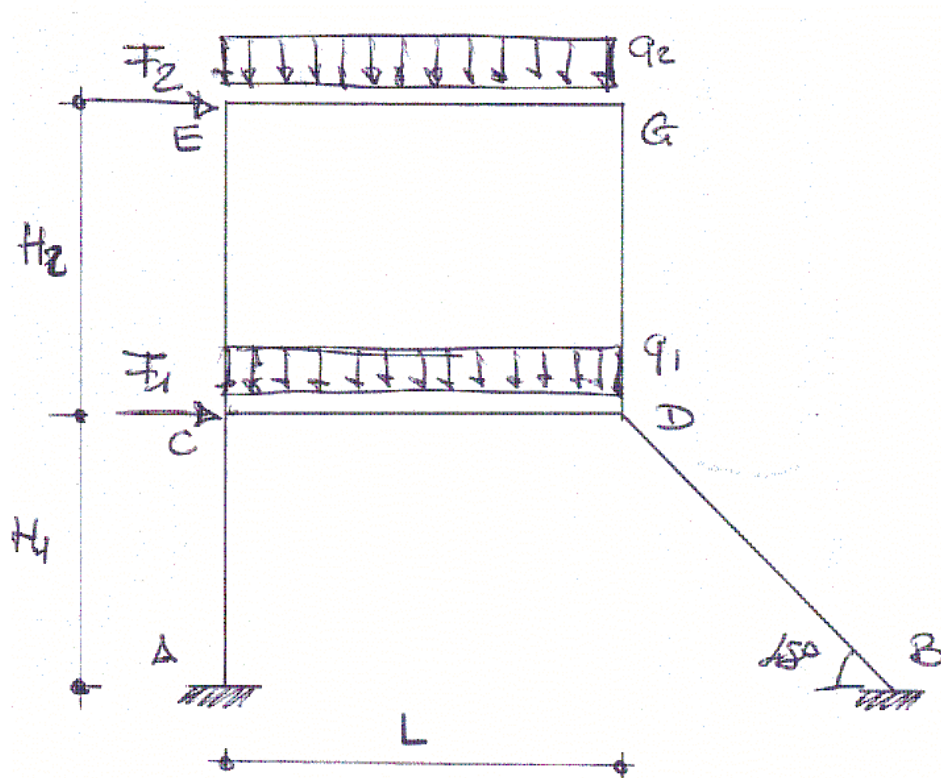


Analisi di un telaio a due livelli e maglie di forma generica secondo il Metodo degli Spostamenti (MdS)

Schema Strutturale



Valori numerici

Si riportano nel seguito i valori numerici delle grandezze introdotte nella definizione dello schema e dei carichi agenti sulla struttura.

$F1 = 10000;$
 $F2 = 20000;$
 $H1 = 3500;$
 $H2 = 4000;$
 $L = 5000;$
 $q1 = 50;$
 $q2 = 50;$
 $bt = 300;$
 $ht = 600;$
 $bp = 300;$
 $hp = 500;$
 $fck = 20;$

Calcolo dei momenti d'inerzia

Il valore del modulo di elasticità del calcestruzzo si determina tramite la seguente relazione suggerita da EC2 (in MPa):

$$ModE = N[9500 (f_{ck} + 8)^{(1/3)}]$$

$$28847.6$$

Si valutano, quindi, i momenti d'inerzia di travi e pilastri (I_t e I_p , rispettivamente):

$$I_t = b_t h_t^3 / 12$$

$$I_p = b_p h_p^3 / 12$$

$$5400000000$$

$$3125000000$$

Definizione dei parametri

Per le varie aste si determinano come segue i valori delle rigidezze W_{ij} , V_{ij} , e U_{ij} ed i momenti di incastro perfetto μ_{ij} .

ASTA CD

$$W_{CD} = 4 ModE I_t / L$$

$$V_{DC} = 4 ModE I_t / L$$

$$V_{CD} = 2 ModE I_t / L$$

$$V_{DC} = 2 ModE I_t / L$$

$$U_{CD} = 6 ModE I_t / L^2$$

$$U_{DC} = 6 ModE I_t / L^2$$

$$\mu_{CD} = -q_1 L^2 / 12$$

$$\mu_{DC} = q_1 L^2 / 12$$

$$1.24622 \times 10^{11}$$

$$1.24622 \times 10^{11}$$

$$6.23108 \times 10^{10}$$

$$6.23108 \times 10^{10}$$

$$3.73865 \times 10^7$$

$$3.73865 \times 10^7$$

$$-\frac{312500000}{3}$$

$$\frac{312500000}{3}$$

ASTA EG

$$WEG = 4 \text{ ModE It} / L$$

$$WGE = 4 \text{ ModE It} / L$$

$$VEG = 2 \text{ ModE It} / L$$

$$VGE = 2 \text{ ModE It} / L$$

$$UEG = 6 \text{ ModE It} / L^2$$

$$UGE = 6 \text{ ModE It} / L^2$$

$$\mu_{EG} = -q^2 L^2 / 12$$

$$\mu_{GE} = q^2 L^2 / 12$$

$$1.24622 \times 10^{11}$$

$$1.24622 \times 10^{11}$$

$$6.23108 \times 10^{10}$$

$$6.23108 \times 10^{10}$$

$$3.73865 \times 10^7$$

$$3.73865 \times 10^7$$

$$-\frac{312500000}{3}$$

$$\frac{312500000}{3}$$

ASTA AC

$$WAC = 4 \text{ ModE Ip} / H1$$

$$WCA = 4 \text{ ModE Ip} / H1$$

$$VAC = 2 \text{ ModE Ip} / H1$$

$$VCA = 2 \text{ ModE Ip} / H1$$

$$UAC = 6 \text{ ModE Ip} / H1^2$$

$$UCA = 6 \text{ ModE Ip} / H1^2$$

$$\mu_{AC} = 0$$

$$\mu_{CA} = 0$$

$$1.03027 \times 10^{11}$$

$$1.03027 \times 10^{11}$$

$$5.15136 \times 10^{10}$$

$$5.15136 \times 10^{10}$$

$$4.41545 \times 10^7$$

$$4.41545 \times 10^7$$

$$0$$

$$0$$

ASTA BD

$$LBD = H1 \sqrt{2};$$

$$WBD = 4 \text{ ModE Ip} / LBD$$

$$VDB = 4 \text{ ModE Ip} / LBD$$

$$VBD = 2 \text{ ModE Ip} / LBD$$

$$VDB = 2 \text{ ModE Ip} / LBD$$

$$UBD = 6 \text{ ModE Ip} / LBD^2$$

$$UDB = 6 \text{ ModE Ip} / LBD^2$$

$$\mu uBD = 0$$

$$\mu uDB = 0$$

$$7.28512 \times 10^{10}$$

$$7.28512 \times 10^{10}$$

$$3.64256 \times 10^{10}$$

$$3.64256 \times 10^{10}$$

$$2.20772 \times 10^7$$

$$2.20772 \times 10^7$$

$$0$$

$$0$$

ASTA CE

$$WCE = 4 \text{ ModE Ip} / H2$$

$$WEC = 4 \text{ ModE Ip} / H2$$

$$VCE = 2 \text{ ModE Ip} / H2$$

$$VEC = 2 \text{ ModE Ip} / H2$$

$$UCE = 6 \text{ ModE Ip} / H2^2$$

$$UEC = 6 \text{ ModE Ip} / H2^2$$

$$\mu uCE = 0$$

$$\mu uEC = 0$$

$$9.01487 \times 10^{10}$$

$$9.01487 \times 10^{10}$$

$$4.50744 \times 10^{10}$$

$$4.50744 \times 10^{10}$$

$$3.38058 \times 10^7$$

$$3.38058 \times 10^7$$

$$0$$

$$0$$

ASTA DG

$$WDG = 4 \text{ ModE Ip} / H2$$

$$WGD = 4 \text{ ModE Ip} / H2$$

$$VDG = 2 \text{ ModE Ip} / H2$$

$$VGD = 2 \text{ ModE Ip} / H2$$

$$UDG = 6 \text{ ModE Ip} / H2^2$$

$$UGD = 6 \text{ ModE Ip} / H2^2$$

$$muDG = 0$$

$$muGD = 0$$

$$9.01487 \times 10^{10}$$

$$9.01487 \times 10^{10}$$

$$4.50744 \times 10^{10}$$

$$4.50744 \times 10^{10}$$

$$3.38058 \times 10^7$$

$$3.38058 \times 10^7$$

$$0$$

$$0$$

Espressione degli spostamenti trasversali d'asta in funzione degli spostamenti nodali;

Nel seguito si definiscono i vettori degli spostamenti nodali liberi - DspNodi - e dei corrispondenti spostamenti trasversali δ_{ij} relativi per le varie aste. Questi ultimi - raccolti nella variabile DspAste - entrano, insieme alle rotazioni $\varphi_{\alpha\beta\eta\iota; i}$ e $\varphi_{\alpha\beta\eta\iota; j}$ (ed ai momenti di incastro perfetto), nella definizione dei momenti nodali M_{ij} .

$$DspAste = \{DeltaAC, DeltaBD, DeltaCD,$$

$$DeltaCE, DeltaDG, DeltaEG\}$$

$$DspNodi = \{DeltaC, DeltaE\}$$

$$\{DeltaAC, DeltaBD, DeltaCD,$$

$$DeltaCE, DeltaDG, DeltaEG\}$$

```
{DeltaC, DeltaE}
```

Si definiscono altresì i vettori degli spostamenti nodali virtuali - $DspVirtualeNodi$ - e dei corrispondenti spostamenti trasversali δ_{ij}' relativi per le varie aste. Questi ultimi - raccolti nella variabile $DspVirtualeAste$ - possono essere utilizzati per esprimere il lavoro virtuale dei momenti nodali sullo schema reticolare associato.

```
DspVirtualeAste =
  {DeltaVirAC, DeltaVirBD, DeltaVirCD,
   DeltaVirCE, DeltaVirDG, DeltaVirEG}
DspVirtualeNodi = {DeltaVirC, DeltaVirE}

{DeltaVirAC, DeltaVirBD, DeltaVirCD,
 DeltaVirCE, DeltaVirDG, DeltaVirEG}

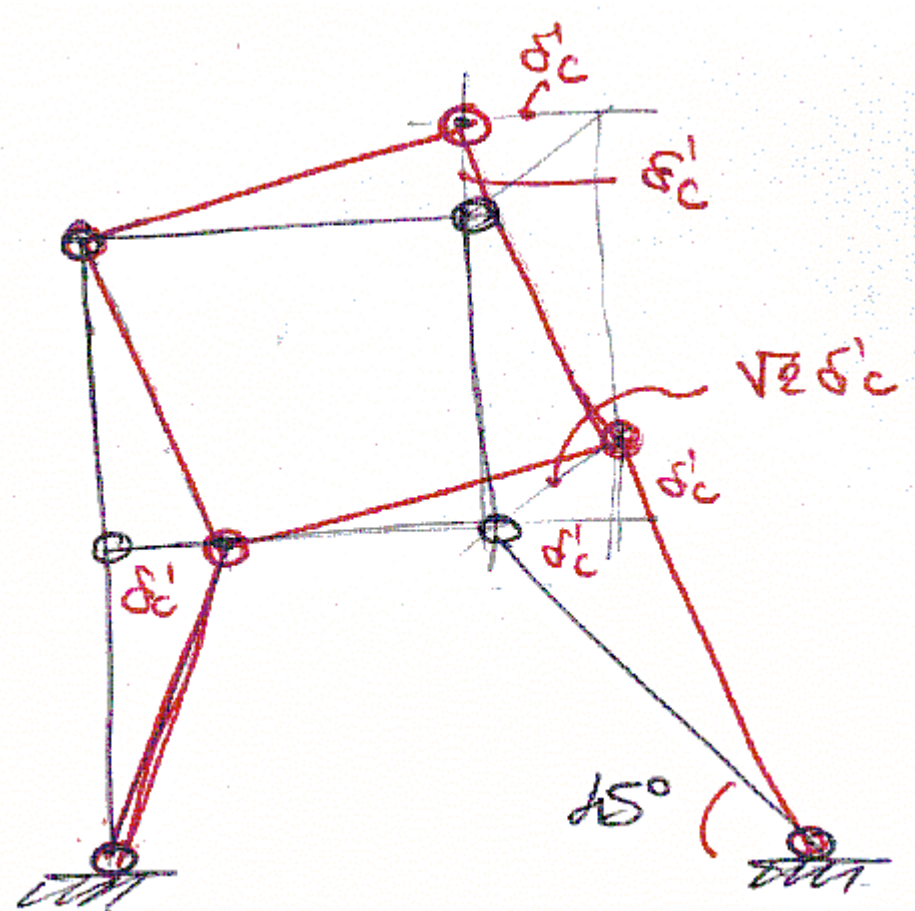
{DeltaVirC, DeltaVirE}
```

Spostamenti nodali assoluti e relativi d'asta, siano essi effettivi (cioè valutati sulla struttura S) ovvero virtuali (cioè determinati sulla struttura reticolare associata) si corrispondono linearmente tramite una relazione lineare rappresentata dalla seguente matrice che verrà costruita nel seguito con riferimento ai cinematismi che si determinano sulla struttura per effetto dell'imposizione di uno spostamento virtuale nodale *ex volta*:

```
Tabella = Table[Table[0, {j, 1, 2}], {i, 1, 6}]:
```

Cinematismo n.1 ($\Delta VirE=0$)

Attivando lo spostamento virtuale $\delta c'$ (con $\delta E'=0$) si determina il campo di spostamenti rigidi infinitesimi (spostamenti virtuali, perchè compatibili con i vincoli della struttura reticolare associata) rappresentato nella figura.



Avendo ordinato le aste secondo la sequenza con cui sono riportati gli spostamenti δ_{ij}' nel vettore `DspVirtualeAste` la tabella di corrispondenza tra spostamenti nodali e d'asta si può costruire come segue con riferimento alla sua prima colonna (quella che si riferisce, cioè al primo cinematismo):

```

Tabella[[1, 1]] = 1
Tabella[[2, 1]] = Sqrt[2]
Tabella[[3, 1]] = -1
Tabella[[4, 1]] = -1
Tabella[[5, 1]] = -1
Tabella[[6, 1]] = -1

```

1

$\sqrt{2}$

-1

-1

-1

-1

Relazione tra gli spostamenti virtuali nodali e d'asta

Avendo costruito la matrice "Tabella" che colleziona sulle varie colonne gli spostamenti trasversali d'asta corrispondenti ai vari spostamenti nodali imposti si può determinare la relazione completa che esiste tra gli spostamenti imposti ai nodi e quelli che si producono sulle aste. Il seguente prodotto tra la matrice "Tabella" ed il vettore degli spostamenti nodali virtuali "DspVirtualeNodi" porta alla definizione dei vari spostamenti virtuali che si hanno sulle aste:

$$\mathbf{DspVirtualeAste} = \mathbf{Tabella} \cdot \mathbf{DspVirtualeNodi}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta_{VirC}, \sqrt{2} \Delta_{VirC}, \\ -\Delta_{VirC}, -\Delta_{VirC} + \Delta_{VirE}, \\ -\Delta_{VirC} + \Delta_{VirE}, -\Delta_{VirC} \end{array} \right\}$$

Relazione tra gli spostamenti nodali e quelli delle aste

La relazione che esiste tra spostamenti virtuali imposti ai nodi e quelli che si registrano sulle aste è la stessa che caratterizza i corrispondenti spostamenti effettivi (ovvero quelli che rappresentano la soluzione del problema elastostatico per la struttura considerata) di nodi e ed aste, in forza dell'ipotesi di inestensibilità delle stesse. Vale pertanto la seguente relazione che sarà utile per esprimere i momenti nodali in funzione, tra l'altro, degli spostamenti nodali incogniti:

$$\mathbf{DspAste} = \mathbf{Tabella} \cdot \mathbf{DspNodi}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta_C, \sqrt{2} \Delta_C, -\Delta_C, \\ -\Delta_C + \Delta_E, -\Delta_C + \Delta_E, -\Delta_C \end{array} \right\}$$

Espressione dei momenti in funzione degli spostamenti nodali

In funzione delle grandezze definite sopra, si esprimono i momenti nodali M_{ij} per le varie aste. Gli spostamenti nodali δ_{ij} sono definiti come componenti del vettore $\mathbf{DspAste}$ definito sopra.

ASTA AC

$$MAC = VAC \cdot FiC - UAC \cdot DspAste[[1]] + muAC$$

$$MCA = WCA \cdot FiC - UCA \cdot DspAste[[1]] + muCA$$

$$-4.41545 \times 10^7 \Delta_C + 5.15136 \times 10^{10} FiC$$

$$-4.41545 \times 10^7 \Delta_C + 1.03027 \times 10^{11} FiC$$

ASTA BD

$$\mathbf{MBD} = \mathbf{VBD FiD} - \mathbf{UBD DspAste}[[2]] + \mathbf{muBD}$$

$$\mathbf{MDB} = \mathbf{WDB FiD} - \mathbf{UDB DspAste}[[2]] + \mathbf{muDB}$$

$$-3.12219 \times 10^7 \text{ DeltaC} + 3.64256 \times 10^{10} \text{ FiD}$$

$$-3.12219 \times 10^7 \text{ DeltaC} + 7.28512 \times 10^{10} \text{ FiD}$$

ASTA CD

$$\mathbf{MCD} = \mathbf{WCD FiC} + \mathbf{VCD FiD} - \mathbf{UCD DspAste}[[3]] + \mathbf{muCD}$$

$$\mathbf{MDC} = \mathbf{WDC FiD} + \mathbf{VDC FiC} - \mathbf{UDC DspAste}[[3]] + \mathbf{muDC}$$

$$-\frac{312500000}{3} + 3.73865 \times 10^7 \text{ DeltaC} + \\ 1.24622 \times 10^{11} \text{ FiC} + 6.23108 \times 10^{10} \text{ FiD}$$

$$\frac{312500000}{3} + 3.73865 \times 10^7 \text{ DeltaC} + \\ 6.23108 \times 10^{10} \text{ FiC} + 1.24622 \times 10^{11} \text{ FiD}$$

ASTA CE

$$\mathbf{MCE} = \mathbf{WCE FiC} + \mathbf{VCE FiE} - \mathbf{UCE DspAste}[[4]] + \mathbf{muCE}$$

$$\mathbf{MEC} = \mathbf{WEC FiE} + \mathbf{VEC FiC} - \mathbf{UEC DspAste}[[4]] + \mathbf{muEC}$$

$$-3.38058 \times 10^7 (-\text{DeltaC} + \text{DeltaE}) + \\ 9.01487 \times 10^{10} \text{ FiC} + 4.50744 \times 10^{10} \text{ FiE}$$

$$-3.38058 \times 10^7 (-\text{DeltaC} + \text{DeltaE}) + \\ 4.50744 \times 10^{10} \text{ FiC} + 9.01487 \times 10^{10} \text{ FiE}$$

ASTA DG

$$\mathbf{MDG} = \mathbf{WDG FiD} + \mathbf{VDG FiG} - \mathbf{UDG DspAste}[[5]] + \mathbf{muDG}$$

$$\mathbf{MGD} = \mathbf{WGD FiG} + \mathbf{VGD FiD} - \mathbf{UGD DspAste}[[5]] + \mathbf{muGD}$$

$$-3.38058 \times 10^7 (-\text{DeltaC} + \text{DeltaE}) + \\ 9.01487 \times 10^{10} \text{ FiD} + 4.50744 \times 10^{10} \text{ FiG}$$

$$-3.38058 \times 10^7 (-\text{DeltaC} + \text{DeltaE}) + \\ 4.50744 \times 10^{10} \text{ FiD} + 9.01487 \times 10^{10} \text{ FiG}$$

ASTA EG

$$\mathbf{MEG} = \mathbf{WEG FiE} + \mathbf{VEG FiG} - \mathbf{UEG DspAste}[[6]] + \mathbf{muEG}$$

$$\mathbf{MGE} = \mathbf{WGE FiG} + \mathbf{VGE FiE} - \mathbf{UGE DspAste}[[6]] + \mathbf{muGE}$$

$$-\frac{312500000}{3} + 3.73865 \times 10^7 \text{ DeltaC} + \\ 1.24622 \times 10^{11} \text{ FiE} + 6.23108 \times 10^{10} \text{ FiG}$$

$$\frac{312500000}{3} + 3.73865 \times 10^7 \text{DeltaC} + \\ 6.23108 \times 10^{10} \text{FiE} + 1.24622 \times 10^{11} \text{FiG}$$

Scrittura delle equazioni

Il problema in oggetto consta delle sei incognite (quattro rotazioni e due spostamenti nodali) raccolte nel seguente vettore S:

$$S = \{\text{FiC}, \text{FiD}, \text{FiE}, \text{FiG}, \text{DeltaC}, \text{DeltaE}\}$$

$$\{\text{FiC}, \text{FiD}, \text{FiE}, \text{FiG}, \text{DeltaC}, \text{DeltaE}\}$$

Per determinare tali incognite scrivere e risolvere altrettante equazioni. Essendo partiti da una configurazione congruente per la struttura (le rotazioni dei nodi sono ipotizzate pari a quelle delle aste che vi concorrono e gli spostamenti di queste ultime corrispondono a quelle dei nodi liberi senza violare l'ipotesi di inestensibilità delle prime) bisogna scrivere equazioni di equilibrio.

Le prime quattro consistono nell'imporre condizioni di equilibrio alla rotazione nei nodi che sono sede delle rotazioni libere:

$$\text{eq1} = \text{MCA} + \text{MCD} + \text{MCE}$$

$$\text{eq2} = \text{MDB} + \text{MDC} + \text{MDG}$$

$$\text{eq3} = \text{MEC} + \text{MEG}$$

$$\text{eq4} = \text{MGE} + \text{MGD}$$

$$-\frac{312500000}{3} - 6.768 \times 10^6 \text{DeltaC} - \\ 3.38058 \times 10^7 (-\text{DeltaC} + \text{DeltaE}) + \\ 3.17797 \times 10^{11} \text{FiC} + \\ 6.23108 \times 10^{10} \text{FiD} + 4.50744 \times 10^{10} \text{FiE}$$

$$\frac{312500000}{3} + 6.16455 \times 10^6 \text{DeltaC} - \\ 3.38058 \times 10^7 (-\text{DeltaC} + \text{DeltaE}) + \\ 6.23108 \times 10^{10} \text{FiC} + \\ 2.87622 \times 10^{11} \text{FiD} + 4.50744 \times 10^{10} \text{FiG}$$

$$-\frac{312500000}{3} + 3.73865 \times 10^7 \text{DeltaC} - \\ 3.38058 \times 10^7 (-\text{DeltaC} + \text{DeltaE}) + \\ 4.50744 \times 10^{10} \text{FiC} + \\ 2.1477 \times 10^{11} \text{FiE} + 6.23108 \times 10^{10} \text{FiG}$$

$$\frac{312500000}{3} + 3.73865 \times 10^7 \Delta C -$$

$$3.38058 \times 10^7 (-\Delta C + \Delta E) +$$

$$4.50744 \times 10^{10} F_i D +$$

$$6.23108 \times 10^{10} F_i E + 2.1477 \times 10^{11} F_i G$$

Le altre si determinano come equazioni di equilibrio globale sulla struttura. Tali equazioni possono essere ottenute dalla scrittura del principio dei lavori virtuali sullo schema reticolare associato al quale si pensi di applicare i momenti nodali M_{ij} ed i carichi agenti sulla struttura. Il lavoro virtuale si scrive come segue:

$$\begin{aligned} \text{eqGlobale} = & (MAC + MCA) \text{DspVirtualeAste}[[1]] / H1 + \\ & (MBD + MDB) \text{DspVirtualeAste}[[2]] / \\ & (H1 \text{Sqrt}[2]) + \\ & (MCD + MDC) \text{DspVirtualeAste}[[3]] / L + \\ & (MCE + MEC) \text{DspVirtualeAste}[[4]] / H2 + \\ & (MDG + MGD) \text{DspVirtualeAste}[[5]] / H2 + \\ & (MEG + MGE) \text{DspVirtualeAste}[[6]] / L + \\ & F1 \Delta \text{VirC} + F2 \Delta \text{VirE} - \\ & q1 L \Delta \text{VirC} / 2 - q2 L \Delta \text{VirC} / 2 \\ & -240000 \Delta \text{VirC} + \\ & 20000 \Delta \text{VirE} + \frac{1}{3500} (\Delta \text{VirC} \\ & (-8.8309 \times 10^7 \Delta C + 1.54541 \times 10^{11} F_i C)) + \\ & \frac{1}{3500} (\Delta \text{VirC} \\ & (-6.24439 \times 10^7 \Delta C + 1.09277 \times 10^{11} F_i D)) - \\ & \frac{1}{5000} (\Delta \text{VirC} (7.4773 \times 10^7 \Delta C + \\ & 1.86932 \times 10^{11} F_i C + 1.86932 \times 10^{11} F_i D)) + \\ & \frac{1}{4000} ((-\Delta \text{VirC} + \Delta \text{VirE}) \\ & (-6.76116 \times 10^7 (-\Delta C + \Delta E) + \\ & 1.35223 \times 10^{11} F_i C + 1.35223 \times 10^{11} F_i E)) + \\ & \frac{1}{4000} ((-\Delta \text{VirC} + \Delta \text{VirE}) \\ & (-6.76116 \times 10^7 (-\Delta C + \Delta E) + \\ & 1.35223 \times 10^{11} F_i D + 1.35223 \times 10^{11} F_i G)) - \\ & \frac{1}{5000} (\Delta \text{VirC} (7.4773 \times 10^7 \Delta C + \\ & 1.86932 \times 10^{11} F_i E + 1.86932 \times 10^{11} F_i G)) \end{aligned}$$

Dal valore dei due spostamenti virtuali nodali $\delta C'$ e $\delta E'$ e dalle forze generalizzate che compiono lavori per essi. Infatti il lavoro virtuale può essere espresso come segue mettendo in evidenza $\delta C'$ e $\delta E'$:

```
Collect[Expand[eqGlobale],
{DeltaVirC, DeltaVirE}]
```

```
DeltaVirC
(-240000 - 106787. DeltaC + 33805.8 DeltaE -
 2.70378×107 FiC - 3.99703×107 FiD -
 7.11923×107 FiE - 7.11923×107 FiG) +
DeltaVirE (20000 + 33805.8 DeltaC -
 33805.8 DeltaE + 3.38058×107 FiC +
 3.38058×107 FiD +
 3.38058×107 FiE + 3.38058×107 FiG)
```

Dovendo imporre nel seguito l'annullamento di questo termine è necessario che siano nulli i termini che moltiplicano i due spostamenti $\delta C'$ e $\delta E'$ che sono quantità arbitrarie:

```
eq5 = Coefficient[Expand[eqGlobale],
DeltaVirC]

-240000 - 106787. DeltaC + 33805.8 DeltaE -
 2.70378×107 FiC - 3.99703×107 FiD -
 7.11923×107 FiE - 7.11923×107 FiG

eq6 = Coefficient[Expand[eqGlobale],
DeltaVirE]

20000 + 33805.8 DeltaC - 33805.8 DeltaE +
 3.38058×107 FiC + 3.38058×107 FiD +
 3.38058×107 FiE + 3.38058×107 FiG
```

Le espressioni E_{qi} (con $i=1..6$) rappresentano i primi membri delle equazioni di equilibrio che andranno risolte - uguagliandoli a zero - per valutare l'entità delle rotazioni e degli spostamenti che si registrano sulla struttura.

Soluzione del Sistema

Costruzione della Matrice di Rigidezza K e del vettore dei termini noti Q (Forze applicate sui nodi + forze nodali equivalenti alle azioni applicate sulle aste)

I termini che rappresentano le sei equazioni possono essere raccolti in un vettore che rappresenta il sistema di equazioni che bisognerà risolvere:

```
Sistema = {eq1, eq2, eq3, eq4, -eq5, -eq6};
```

Tale sistema si può porre in forma matriciale $Ks=Q$; il termine di posto ij della matrice K rappresenta il coefficiente dell'incognita S_j nell'equazione i -esima:

```
MatriceK =
Table[
  Table[Coefficient[Sistema[[i]], S[[j]]],
    {j, 1, 6}], {i, 1, 6}];

MatrixForm[MatriceK]
```

$$\begin{pmatrix} 3.17797 \times 10^{11} & 6.23108 \times 10^{10} & 4.50744 \times 10^{10} & 0 & 4.5 & 6.2 \\ 6.23108 \times 10^{10} & 2.87622 \times 10^{11} & 0 & 4.50744 \times 10^{10} & 6.23108 \times 10^{10} & 2.70378 \times 10^7 \\ 4.50744 \times 10^{10} & 0 & 2.1477 \times 10^{11} & 6.23108 \times 10^{10} & 7.11923 \times 10^7 & -3.38058 \times 10^7 \\ 0 & 4.50744 \times 10^{10} & 6.23108 \times 10^{10} & 2.70378 \times 10^7 & 3.99703 \times 10^7 & -3.38058 \times 10^7 \\ 2.70378 \times 10^7 & 3.99703 \times 10^7 & 7.11923 \times 10^7 & -3.38058 \times 10^7 & -3.38058 \times 10^7 & -3.38058 \times 10^7 \\ -3.38058 \times 10^7 & -3.38058 \times 10^7 & -3.38058 \times 10^7 & -3.38058 \times 10^7 & -3.38058 \times 10^7 & -3.38058 \times 10^7 \end{pmatrix}$$

Si osserva che la matrice risulta simmetrica e definita positiva in forza dell'asserto del Teorema di Betti.

Il vettore dei termini noti, invece, si ottiene ponendo a 0 i valori delle incognite:

```
Q =
Simplify[
  Sistema /. {FiC -> 0, FiD -> 0, FiE -> 0,
    FiG -> 0, DeltaC -> 0, DeltaE -> 0}];
MatrixForm[N[Q]]
```

$$\begin{pmatrix} -1.04167 \times 10^8 \\ 1.04167 \times 10^8 \\ -1.04167 \times 10^8 \\ 1.04167 \times 10^8 \\ 240000. \\ -20000. \end{pmatrix}$$

Soluzione del sistema e calcolo degli spostamenti nodali S

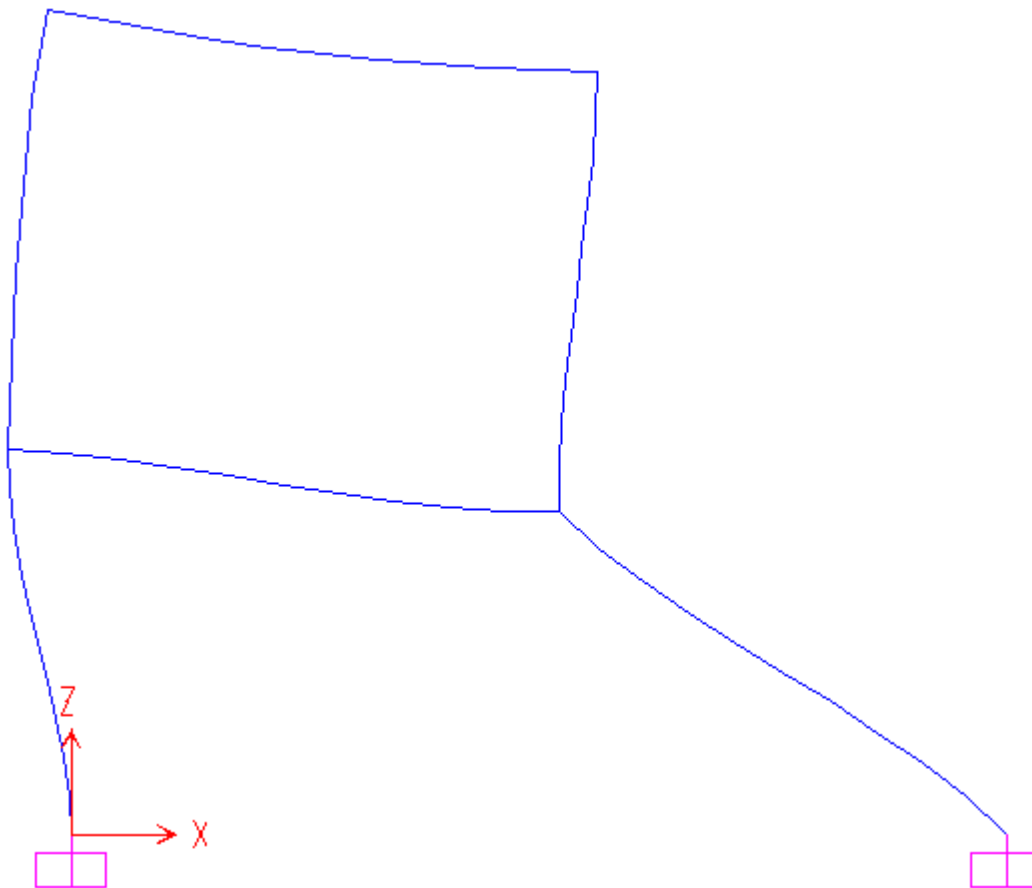
Dopo aver mostrato la simmetria della matrice di rigidezza il sistema si può risolvere rispetto alle incognite S come segue:

```
Dsp = Solve[Sistema == 0, S] // Flatten;
```

ottenendo la seguente soluzione per il vettore degli spostamenti S:

```
SSol = S /. Dsp

{0.00032019, -0.0000959891, 0.0014035,
 0.000160059, -3.77763, -1.39826}
```



Calcolo dei momenti agli estremi delle aste

Raccolti tali spostamenti nel vettore seguente si possono valutare i momenti flettenti ed il taglio asta per asta:

```
VettoreSoluzione =
{FiC → SSol[[1]], FiD → SSol[[2]],
  FiE → SSol[[3]], FiG → SSol[[4]],
  DeltaC → SSol[[5]], DeltaE → SSol[[6]]};
```

ASTA AC

Momenti flettenti

```
MACSol = MAC /. VettoreSoluzione
MCASol = MCA /. VettoreSoluzione
```

1.83294×10^8

1.99788×10^8

Valori nodali del Taglio

$$TACSo1 = -(MACSo1 + MCASo1) / H1$$

$$TCASo1 = -(MACSo1 + MCASo1) / H1$$

-109452.

-109452.

ASTA BD

Momenti flettenti

$$MBDSol = MBD /. VettoreSoluzione$$

$$MDBSol = MDB /. VettoreSoluzione$$

1.14449×10^8

1.10952×10^8

Valori nodali del Taglio

$$TBDSol = -(MBDSol + MDBSol) / LBD$$

$$TDBSol = -(MBDSol + MDBSol) / LBD$$

-45537.8

-45537.8

ASTA CD

Momenti flettenti

$$MCDSol = MCD /. VettoreSoluzione$$

$$MDCSol = MDC /. VettoreSoluzione$$

-2.11478×10^8

-2.90768×10^7

Valori nodali del Taglio

$$TCDSol = q1 L / 2 - (MCDSol + MDCSol) / L$$

$$TDCSol = -q1 L / 2 - (MCDSol + MDCSol) / L$$

173111.

-76889.1

ASTA CE

Momenti flettenti

$$\text{MCEsol} = \text{MCE} /. \text{VettoreSoluzione}$$

$$\text{MECsol} = \text{MEC} /. \text{VettoreSoluzione}$$

$$1.169 \times 10^7$$

$$6.05195 \times 10^7$$

Valori nodali del Taglio

$$\text{TCEsol} = -(\text{MCEsol} + \text{MECsol}) / \text{H2}$$

$$\text{TECsol} = -(\text{MCEsol} + \text{MECsol}) / \text{H2}$$

$$-18052.4$$

$$-18052.4$$

ASTA DG

Momenti flettenti

$$\text{MDGSol} = \text{MDG} /. \text{VettoreSoluzione}$$

$$\text{MGDSol} = \text{MGD} /. \text{VettoreSoluzione}$$

$$-8.18753 \times 10^7$$

$$-7.03341 \times 10^7$$

Valori nodali del Taglio

$$\text{TDGSol} = -(\text{MDGSol} + \text{MGDSol}) / \text{H2}$$

$$\text{TGDSol} = -(\text{MDGSol} + \text{MGDSol}) / \text{H2}$$

$$38052.4$$

$$38052.4$$

ASTA EG

Momenti flettenti

$$\text{MEGSol} = \text{MEG} /. \text{VettoreSoluzione}$$

$$\text{MGESol} = \text{MGE} /. \text{VettoreSoluzione}$$

$$-6.05195 \times 10^7$$

$$7.03341 \times 10^7$$

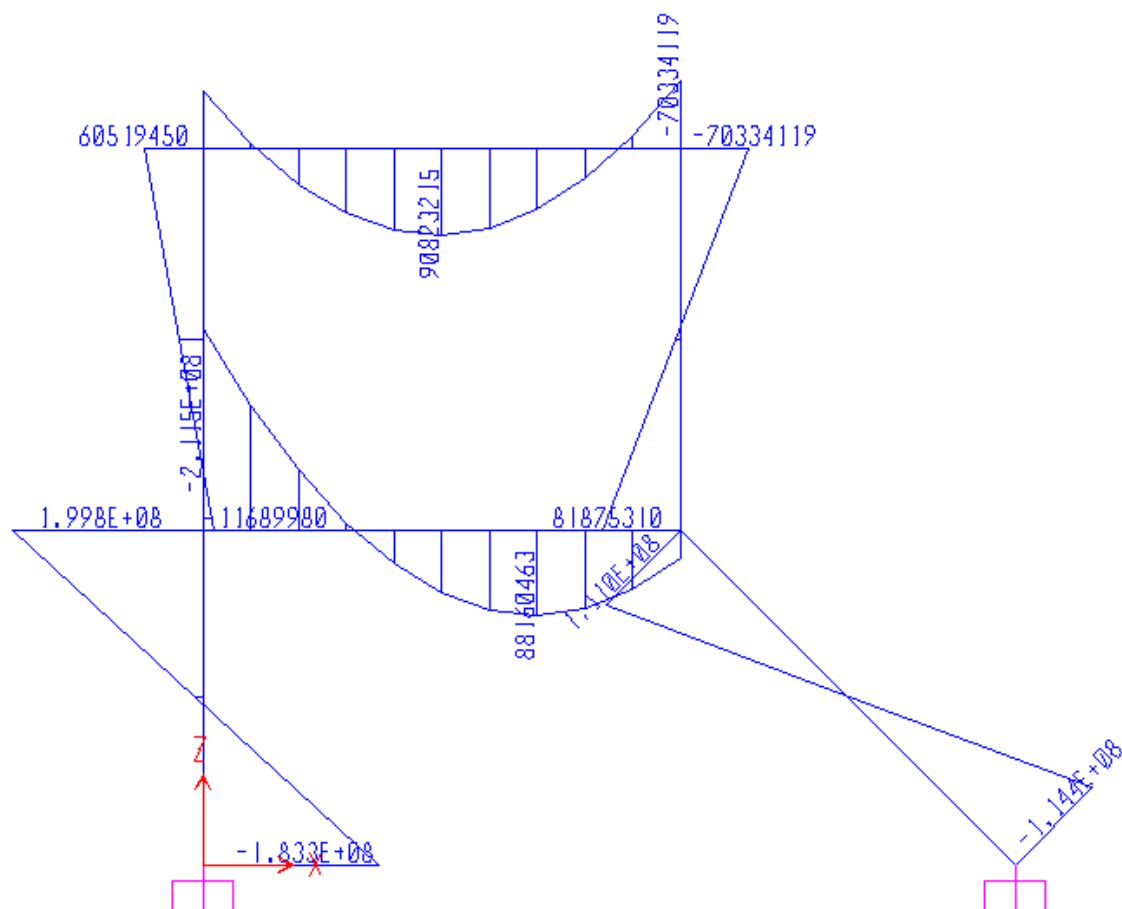
Valori nodali del Taglio

$$\text{TEGSol} = q^2 L / 2 - (\text{MEGSol} + \text{MGESol}) / L$$

$$\text{TGESol} = -q^2 L / 2 - (\text{MEGSol} + \text{MGESol}) / L$$

123037.

-126963.



 Converted by [Mathematica](#) May 21, 2005