Verifiche alle **Tensioni Ammissibili**

Verifica a presso-flessione di una **sezione trapezia**

ESERCIZIO: VERIFICA A PRESSOFLESSIONE DI UNA SEZIONE TRAPEZIA

DATI.

$N = 500$ KN

$R_{ck} = 25.0$ MPa

FeB44K

$B = 50$ cm

$b = 30$ cm

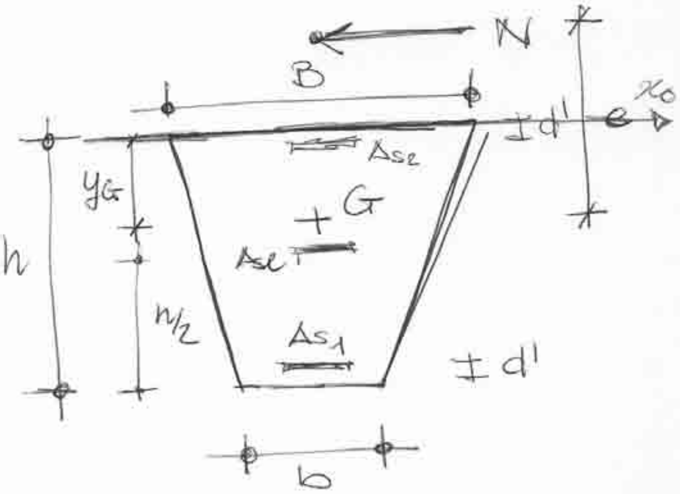
$h = 60$ cm

$A_{s1} = 18.84$ cm^2

$A_{s2} = 18.84$ cm^2

$A_{se} = 6.28$ cm^2

$e = 40$ cm



$d' = 3$ cm

1. CALCOLO DELLA POSIZIONE DEL BARICENTRO GEOMETRICO DELLA SEZIONE

- Calcolo del momento statico della sezione geometrica rispetto all'asse x_0

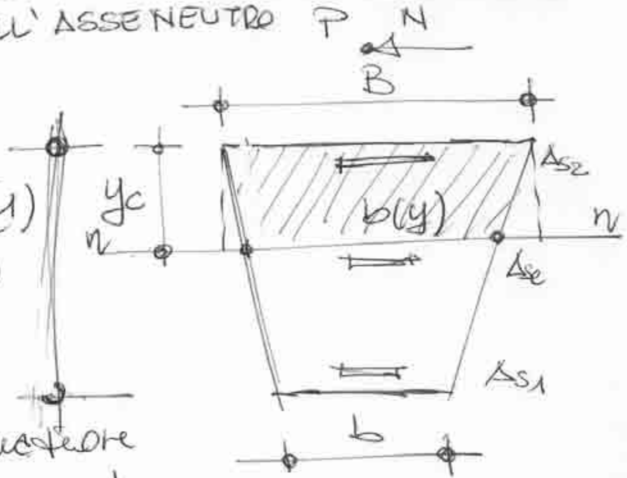
$$S_{x_0} = \frac{bh^2}{2} + \frac{(B-b)\,h}{2} \cdot \frac{h}{3}$$

- Calcolo dell'ordinata del baricentro geometrico

$$x_G = \frac{S_{x_0}}{A} = \frac{\frac{bh^2}{2} + \frac{(B-b)\,h^2}{6}}{(B+b)\,h/2} = \frac{66000}{2400} = 27.5 \text{ cm}$$

$$c = e - x_G = 40 - 27.5 = 12.5 \text{ cm}$$

2. CALCOLO DELL'ORDINATA DELL'ASSE NEUTRO



Si deve esplicitare l'equazione

$$S_n(y_c)(y_c + c) - I_n(y_c) = 0 \quad (1)$$

Per la esplicitazione dell'equazione è necessario esprimere il valore della corda b(y) ad ordinata y

$$b(y) = B\left(1 - \frac{y}{h}\right) + b\,\frac{y}{h} = B - \frac{B-b}{h}\cdot y$$

Si calcolano

- il momento statico $S_n(y)$ della settore resistente rispetto all'asse n. posto a distanza y dal lembo maggiormente compresso:

$$S_n(y) = B \cdot y^2/2 - (B - b(y))\cdot\frac{y}{2}\cdot\frac{y}{3} + n A_{s1}\left[y - (h - d')\right] + n A_{se}\left[y - \frac{h}{2}\right] + n A_{s2}\left[y - d'\right]$$

$$S_n(y) = -\frac{B-b}{6h}y^3 + \frac{B}{2}y^2 + n\left(A_{s1}+A_{s2}+A_{se}\right)y +$$
$$-n\left[A_{s1}(h-d') + A_{se}\frac{h}{2} + A_{s2}d'\right]$$

– il momento d'inerzia $I_n(y)$ della sezione reagente rispetto all'asse n

$$I_n(y) = \frac{By^3}{3} - \left[B-b(y)\right]\frac{y^3}{12} + n\,A_{s1}\left[y-(h-d')\right]^2$$
$$+ n\,A_{se}\left[y-\frac{h}{2}\right]^2 + n\,A_{s2}\left[y-d'\right]^2$$

$$I_n(y) = -\frac{B-b}{12h}y^4 + \frac{B}{3}y^3 + n\left[A_{s1}+A_{s2}+A_{se}\right]y^2$$
$$-\ 2n\left[A_{s1}(h-d') + A_s d' + A_{se}\frac{h}{2}\right]y +$$
$$n\left[A_{s1}(h-d')^2 + A_{s2}d'^2 + A_{se}\left(\frac{h}{2}\right)^2\right]$$

Osservazione.

si può facilmente verificare che vale la seguente identità

$$\frac{d}{dy}I_n(y) = 2\,S_n(y)$$

Sostituendo i valori numerici assegnati, la funzione

$$F(y) = S_n(y)(y+c) - J_n(y)$$

si traduce in un polinomio del 4° grado rispetto ad y

$$F(y) = -\frac{1}{36} y^4 + 7.63889 y^3 + 312.5 y^2 +$$
$$= +28024.5 y - 1.25277 \cdot 10^6$$

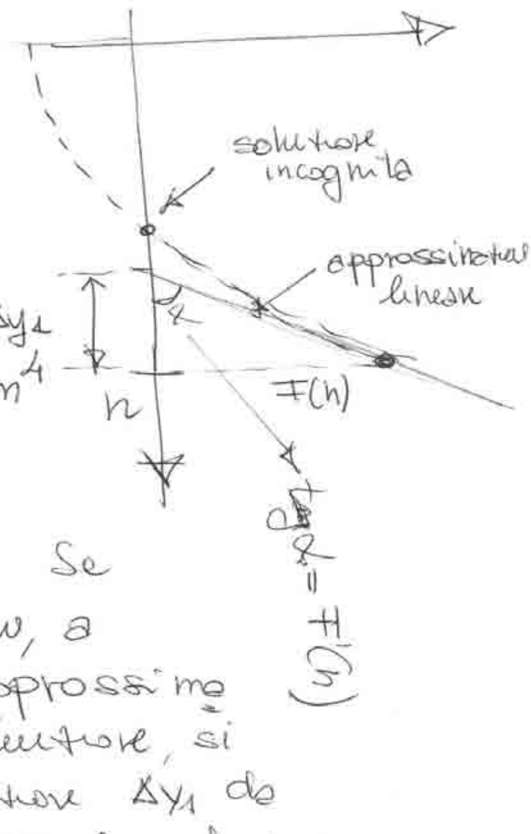
L'equazione (1) può essere risolta trovando la radice del polinomio di cui sopra nell'intervallo $(0<y<h)$. Essendo il centro di pressione C esterno alla sezione (e dunque anche al suo nocciolo centrale d'inerzia) l'asse neutro dovrà essere interno alla sezione. Per questa ragione il valore dell'ordinata dell'asse neutro y_c può essere determinata risolvendo la seguente equazione

$$\boxed{F(y) = 0} \qquad y \in (0, h]$$

Non potendo risolvere tale equazione in

forma chiusa, bisogna ricorrere ad un metodo numerico. Attese le caratteristiche di regolarità della funzione $F(y)$ ed il fatto che essa è strettamente crescente e dotata di concavità positiva nell'intervallo $[0, h]$ si può procedere utilizzando il METODO DELLA TANGENTE.

A partire da h è possibile procedere per via iterativa.



Prima iterazione

$y_1 = h$

$F(y_1) = F(h) = 2.84 \cdot 10^6 \text{ cm}^4$

non è noto il punto di nullo della funzione né il suo andamento. Se si assume, a partire da $F(y_1)$ una approssimazione lineare per la funzione, si può valutare la correzione Δy_1 da apportare a y_1 per ottenere la soluzione approssimata linearmente. Risulta

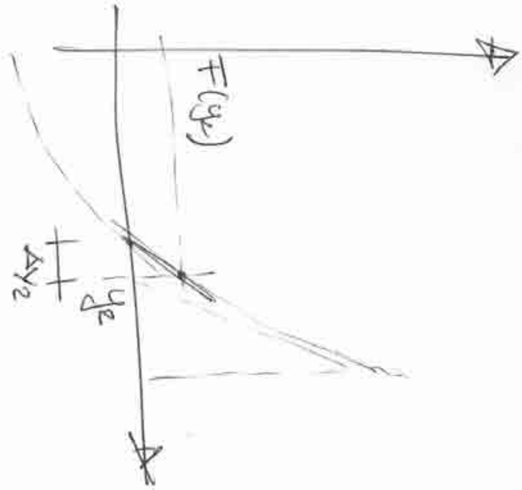
$$\Delta y_1 = \frac{F(y_1)}{F'(y_1)} = \frac{2.8437\cdot 10^6}{124025} = \underline{22.93\,cm}$$

avendo utilizzato l'espressione della funzione derivata di F

$$F'(y) = \frac{y^3}{9} + 22.9167\,y^2 + 625y + 28024.5$$

2ª iterazione

$$y_2 = y_1 - \Delta y_1 = 60 - 22.93 = 37{,}07\ cm$$



Ancora una volta calcolando il valore di F si ha

$$F(y_2) = 5.52\cdot 10^5\ cm^4$$

e dunque bisogna ancora correggere il valore della y_i

$$\Delta y_2 = \frac{F(y_2)}{F'(y_2)} = \frac{5.522\ 10}{77025} = 7{,}169\ cm$$

3ª iterazione

$y_3 = y_2 - \Delta y_2 = 37{,}07 - 7{,}17 = 29{,}9$ cm

e la funzione vale

$F(y_3) = 46538$ cm^4

ancora significativamente diversa da zero. Assumendo ancora l'approssimazione lineare si ha

$$\Delta y_3 = \frac{F(y_3)}{F'(y_3)} = \frac{46538}{64230} = 0.72 \text{ cm}$$

4ª iterazione

$y_4 = y_3 - \Delta y_3 = 29.90 - 0.72 = 29.18$ cm

da cui

$F(y_4) = 730{,}76$ cm^4

significativamente minore di $F(y_3)$.
Volendo migliorare la soluzione si può valutare la correzione ottenuta dalla solita approssimazione lineare

$$\Delta y_4 = \frac{F(y_4)}{F'(y_4)} = 0{,}01 \text{ cm}$$

Risultando

$$\frac{\Delta y_4}{h} \simeq 0.0002 < \frac{1}{100}$$

si può arrestare il procedimento iterativo ed assumere

$$y_c = y_4 - \Delta y_4 = 29.17 \text{ cm}$$

- OSSERVAZIONI
  - per sua natura il procedimento iterativo SECONDO IL METODO DELLA TANGENTE deve fornire una convergenza di tipo monotono con valori delle correzioni Δy_i che diminuiscono con il procedere delle iterazioni
  - la condizione di arresto della procedura iterativa è del tipo

$$\frac{\Delta y_i}{h} < \varepsilon$$

nel nostro caso $\varepsilon = \frac{1}{100}$, valori diversi possono essere assunti a seconda degli strumenti che si hanno a disposizione per il calcolo.

- VERIFICHE DI RESISTENZA

Con riferimento al valore calcolato per y_c si determina il momento d'inerzia della sezione reagente rispetto all'asse neutro

$$I_{nn} = I_{nn}(y_c = 29.17\,cm) = 806047\ cm^4$$

Risulta

$$\sigma_c = \frac{M_n}{I_n} y_c = \frac{N(y_c + c)}{I_n} \cdot y_c =$$

$$= \frac{500000\,(291.7 + 125)}{806047 \cdot 10^4} \cdot 291.7 = 7{,}54 < \bar{\sigma}_c \quad MPa$$

$$\sigma_{s1} = n\,\frac{M_n}{I_n}(h - d' - y_c) = 15\,\frac{500000\,(291.7 + 125)}{806047 \cdot 10^4} \cdot$$

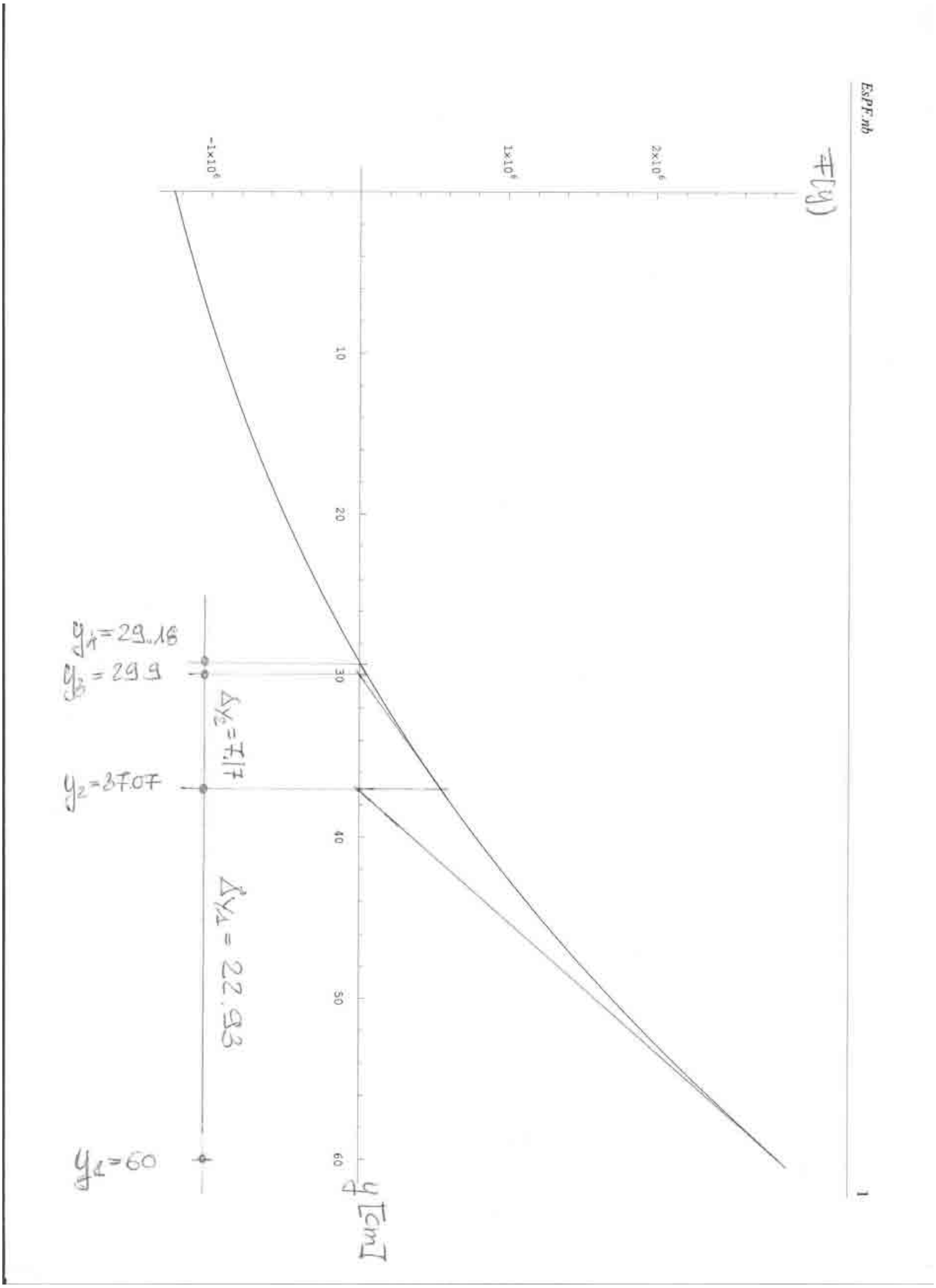
$$\cdot (600 - 30 - 291.7) = 107.9\ MPa < \bar{\sigma}_s$$

$$\sigma_{s\ell} = n\,\frac{M_n}{I_n}\left(\frac{h}{2} - y_c\right) = 3.22\ MPa < \bar{\sigma}_s$$

$$\sigma_{s2} = n\,\frac{M}{I_n}(y_c - d') = 10.1\ MPa < \bar{\sigma}_s$$

Essendo

$$\bar{\sigma}_c = 8.5\ MPa \qquad \bar{\sigma}_s = 255\ MPa$$



EsPF.nb
-1×10^6
1×10^6
2×10^6
F(y)
10
20
30
40
50
60
y [cm]
y1=29.16
y3=29.9
y2=37.07
y4=60
Δy2=7.17
Δy1=22.93
1