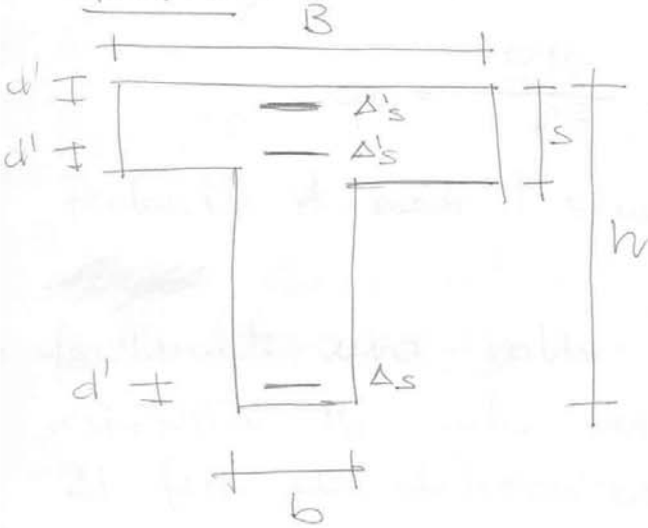
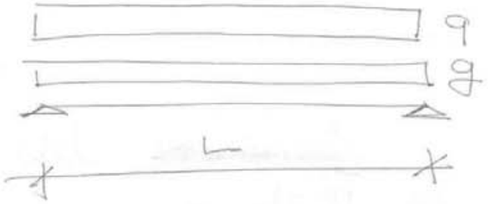
Verifiche alle **Tensioni Ammissibili**

Problema "inverso" o di collaudo
sezione a T inflessa

Assegnata la trave semplicemente appoggiata rappresentata nella figura insieme alla sua sezione trasversale, si determini:

- il valore massimo del carico accidentale q rispetto ad una verifica a <u>flessione</u> secondo il metodo delle TENSIONI AMMISSIBILI;
- verificare che tale valore del carico sia "ammissibile" anche rispetto alla verifica a <u>TAGLIO</u>.





$L = 6.0$ m

$g = 20$ kN/m

$h = 80$ cm $d' = 3$ cm

$s = 25$ cm

$B = 80$ cm

$b = 30$ cm

$A_s = 18.84$ cm^2

$A'_s = 6.28$ cm^2

Per i materiali si assumano le seguenti grandezze:

$R_{ck} = 25$ MPa $\bar{\sigma}_c = 8.5$ MPa

FeB44k $\bar{\sigma}_s = 255$ MPa

- Determinazione del carico utile.

Poichè risulta

$$M_{max} = (g+q) \cdot \frac{\ell^2}{8}$$

e la verifica a flessione è soddisfatta se risulta

$$M_{max} = M_r$$

essendo M_r il momento resistente della sezione, si ha

$$q_u = \frac{8 M_r}{\ell^2} - g$$

Pertanto il calcolo del carico utile q_u si può effettuare facilmente una volta noto il momento resistente M_r della sezione.

Al fine di determinare tale valore bisogna dapprima risalire alla posizione dell'asse neutro, individuata dalla sua distanza rispetto al lembo compresso della sezione.

Trovandosi in un caso di flessione bisogna risolvere l'equazione:

$$S_n(y_c) = 0$$

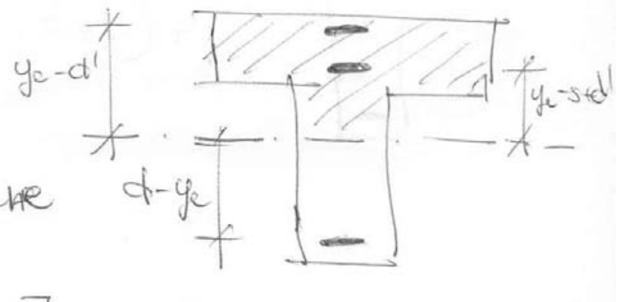
essendo $S_n(y_c)$ il momento statico rispetto all'asse neutro. Si distinguono due casi a seconda che l'asse neutro "tagli" l'ala o l'anima. Analizziamo separatamente i due casi al fine di stabilire quale dei due si verifica nella situazione in esame.

1° caso: asse neutro nell'anima ($y_c > s$)

Risulta

$$S_n(y_c) = \frac{By_c^2}{2} - (B-b)\frac{(y_c-s)^2}{2} + nA'_s(y_c-d') + nA'_s(y_s - s + d') - nA_s(d-y_c) = 0$$

Semplificando e riportando in forma normale l'equazione, si ottiene



$$\frac{b}{2}y^2 + [n(A_s+2A'_s)+(B-b)s]\,y - \left[n(A_s d + A'_s \cdot s) + \frac{B-b}{2}s^2\right] = 0$$

Assumendo $n = 15$ si ha

$$15y^2 + 1721y - 39740{,}2 = 0$$

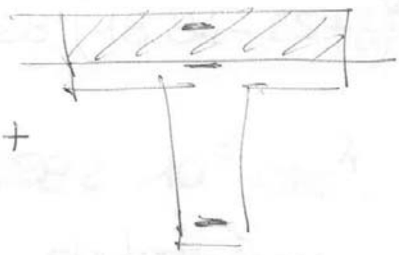
da cui, risolvendo e scartando la soluzione negativa si ha

$$y_c = 19.71 \text{ cm}$$

Poiché y_c risulta minore di s, l'ipotesi iniziale è contraddetta e dunque bisogna passare al

2° caso: Asse neutro nell'ala ($y \leq s$)

In questo caso l'equazione diviene



$$\frac{By^2}{2} + nA'_s(y_c - d') + nA'_s(y_c - s + t) +$$

$$-nA_s(d - y_c) = 0$$

da cui

$$\frac{By^2}{2} + n(A_s + 2A'_s)y - n(A_s d + A'_s s) = 0$$

e dunque

$$40y^2 + 471\, y - 24115.2 = 0$$

che risolta fornisce il seguente valore dell'asse neutro

$$y_c = 19.36 \text{ cm} \quad < s$$

Con riferimento a tale valore è possibile determinare il momento d'inerzia ~~baricentrico~~ della sezione reagente rispetto all'asse neutro:

$$I_n = \frac{By^3}{3} + n\left[A'_s(y_c - d')^2 + A'_s(y_c - s + d')^2 + A_s(d - y_c)^2\right]$$

$$= \frac{80\cdot(19.36)^3}{3} + 15\left[6.28\,(19.36-3)^2 + 6.28\,(18.84 - 25 + 3)^2 + \right.$$

$$\left. + 18.84\,(77 - 19.36)^2\right] = 1.1582\cdot 10^6 \text{ cm}^4$$

A questo punto è possibile determinare il valore del momento resistente:

- del calcestruzzo

$$M_{rc} = \frac{I_n}{y_c}\cdot\bar{\sigma}_c = \frac{1.1582\cdot 10^{10}}{193.6}\cdot 8.5 = 5.085\cdot 10^8$$

$$= 508.5 \text{ kNm}$$

– dell'acciaio

$$M_{rs} = \frac{I_n/n}{d-y_c}\cdot\bar{\sigma}_s = \frac{1.1582\cdot 10^{10}}{15(770-193{,}6)}\,255 = 3.416\cdot 10^{8}\,Nmm$$
$$= 341{,}6\ kNm$$

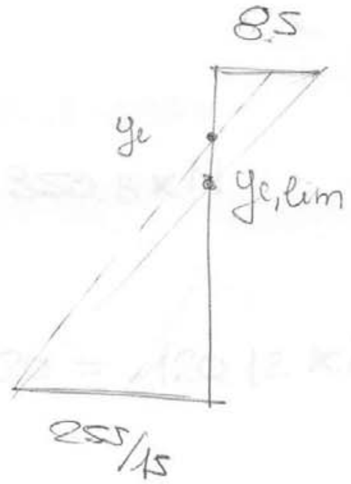
Risulta pertanto

$$M_r = \min\left(M_{rc}, M_{rs}\right) = M_{rs} = 341.6\ kNm$$

Come peraltro si poteva già prevedere risultando

$$y_c < y_{c\,lim}$$

dove



$$y_{c\,lim} = \frac{8.5}{8.5+255/15}\cdot d = 27.85\ cm$$

In definitiva

$$q_{u,M} = \frac{8M_r}{L^2} - g = 89.31\ kN/m$$

essendo $q_{u,M}$ il carico UTILE determinato nel rispetto di una verifica a flessione alle T.A.

Verifica a taglio

~~Dal momento che~~ Il valore massimo che può essere assunto dal taglio si deriva dalla relazione

$$\tau = \tau_{c1}$$

dove

$$\tau = \frac{T}{0.9bd}$$

e

$$\tau_{c1} = 1.4 + \frac{R_{ck} - 15}{35} = 1.6865 \text{ MPa}$$

Pertanto risulta

$$T_{max} = 0.9\, bd \cdot \tau_{c1} = 0.9 \cdot 300 \cdot 770 \cdot 1.685 = 350.311\ N = 350.3\ kN$$

da cui

$$q_{u,T} = \frac{2T_{max}}{L} - g = \frac{2 \cdot 350.3}{5} - 20 = 120.12\ kN$$

Pertanto, essendo

$$q_{u,M} < q_{u,T}$$

il carico utile ~~ultimo~~ che può essere compatibile con una verifica della flessione e taglio secondo il metodo delle T.A. vale

$$q_u = q_{u,M} = 89.31 \text{ kN/m}$$

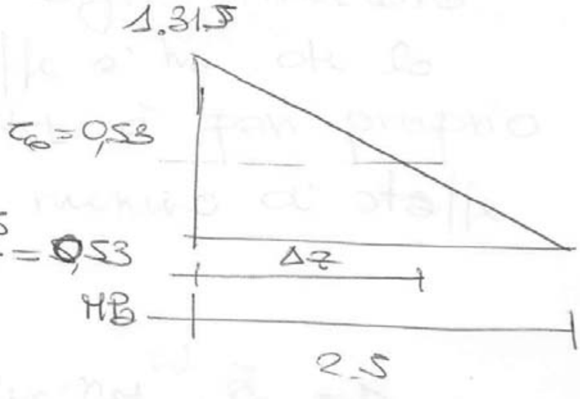
Rispetto a tale carico vanno calcolate le armature. Il taglio massimo che corrisponde a tale carico vale

$$T = (g+q_u)\cdot\frac{L}{2} = 273.28 \text{ kN}$$

cui corrisponde una τ convenzionale di calcolo valutabile come segue:

$$\tau = \frac{T}{0.9bd} = \frac{273280}{0.9\cdot 300\cdot 770} = 1.315 \text{ MPa}$$

Il tratto da armare a taglio è quello per il quale risulta



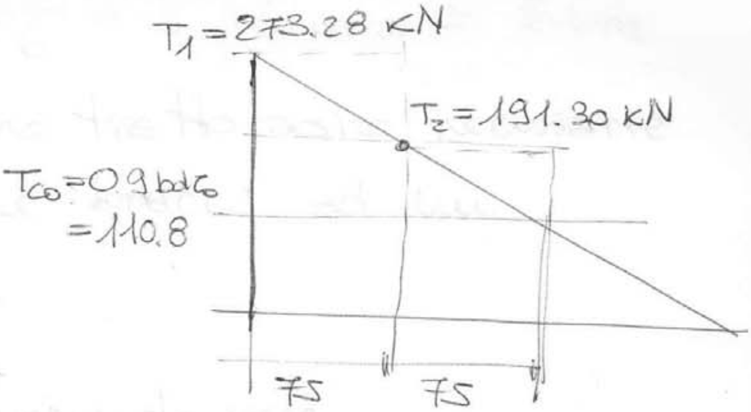
$$\tau > \tau_{c0} = 0{,}4 + \frac{R_{ck}-15}{75} = 0{,}53$$

da cui

$$\Delta z = \frac{1.315-0.53}{1.315}\cdot\frac{L}{2} = 1.5 \text{ m}$$

L'armatura viene determinata per due tratti di lunghezza pari a 75 cm.

Si ricorre ad un'armatura a taglio costituita da sole STAFFE.



Per i due tratti considerati si farà riferimento al valore massimo del taglio denotato con i simboli T_1 e T_2, rispettivamente.

1° tratto: lo scorrimento vale

$$S^{(1)} = \frac{T_1}{0.9d}\,\Delta z = \frac{273.28}{0.9\cdot 77}\,75 = 295.8 \text{ kN}$$

Poiché le armature a taglio risultano costituite da sole staffe si ha che lo sforzo di trazione N_{st} è pari proprio ad S e, dunque, il numero di staffe si calcola come segue

$$N_{st}^{(1)} = S^{(1)} = \omega_{st}\cdot n_{br}\cdot n_{st}^{(1)}\cdot \bar{\sigma}_s \Rightarrow$$

$$n_{st}^{(1)} = \frac{S^{(1)}}{\omega_{st}\cdot n_{br}\cdot \bar{\sigma}_s} = \frac{295800}{50\cdot 2\cdot 255} = 11.6$$

da cui il passo

$$p_{st}^{(1)} = \frac{\Delta z}{n_{st}} = \frac{75}{11.6} = 6.46 \text{ cm} \simeq 6 \text{ cm}$$

Pertanto nel primo tratto sono necessarie staffe $\phi 8$ a due bracci ad un $p_{st}^{(1)}$ di 6 cm

2° tratto: lo scorrimento vale

$$S^{(2)} = \frac{T_2}{0.9\, d} \Delta z = 207{,}05 \text{ kN}$$

da cui

$$p_{st}^{(2)} = \frac{\Delta z \cdot \omega_{st} \cdot n_{br} \cdot \bar{\sigma}_s}{S^{(2)}} = \frac{750 \cdot 50 \cdot 2 \cdot 255}{207050} = 92 \text{ mm}$$

da cui si ottiene un passo $p_{st}^{(2)} = 9$ cm.