

Seconda esercitazione progettuale (EP2)
Progetto di un telaio piano in c.a.

**Progetto dell'armatura longitudinale
e trasversale di travi e pilastri.**

Nota introduttiva: Nelle pagine che seguono viene esposto in dettaglio un esempio numerico relativo al progetto dell'armatura longitudinale di travi e pilastri del telaio piano oggetto di studio. I calcoli si riferiscono ad un telaio per il quale le forze orizzontali di natura sismica sono state determinate assumendo l'ipotesi di struttura in Alta Duttilità ($k_D=1.0$ ai sensi dell'Ordinanza P.C.M. 3431/05) nel calcolo delle azioni sismiche (si è assunto in pratica $q=4.0$).

Per questa ragione, si è proceduto come segue:

- le armature longitudinali si determinano con riferimento ai valori del momento sollecitante M_{Sd} derivante dall'analisi delle sollecitazioni e relativo a tutte e tre le combinazioni di carico assunte (cfr. appunti delle lezioni precedenti);
- le armature trasversali delle travi si calcolano determinando, per le due combinazioni "sismiche", i valori due diagrammi del taglio corrispondenti allo sviluppo dei momenti ultimi (assunti con segno opposto) nelle sezioni di estremità della trave;
- le armature longitudinali si determinano amplificando le sollecitazioni derivanti dall'analisi (per le due combinazioni sismiche) per un fattore α , calcolato nodo per nodo, imponendo che la somma dei momenti resistenti dei pilastri sia maggiore di quella delle travi;
- le armature trasversali dei pilastri si determinano considerando il valore del taglio (costante lungo l'asse) e corrispondente allo sviluppo del momento ultimo nelle sezioni terminali del pilastro.

Questo procedimento di progetto, richiesto dalla citata normativa quando si adotta l'ipotesi di struttura in classe di Alta Duttilità, garantisce che:

- le travi ed i pilastri non vadano in crisi per taglio prima di poter sviluppare nelle sezioni di estremità la resistenza flessionale ultima;
- nei nodi si abbia – prevalentemente – il raggiungimento del momento ultimo da parte delle travi piuttosto che nei pilastri.

Questi due risultati, indicati nel loro complesso come *gerarchia delle resistenze*, rappresentano una condizione necessaria e generalmente sufficiente per assicurare un comportamento duttile della struttura. Infatti, essi tendono scongiurare la crisi per taglio degli elementi strutturali che avrebbe un carattere fragile, consentendo ad essi di raggiungere nelle loro sezioni più sollecitate la resistenza ultima della struttura. Inoltre, il secondo punto tende ad escludere che i pilastri possano raggiungere la resistenza ultima in corrispondenza dei nodi trave colonna evitando, così, localizzazioni delle deformazioni sismiche in corrispondenza di un piano della struttura (meccanismo di crisi di tipo *locale o parziale*) a vantaggio modalità di crisi che preservano la colonna in campo elastico a meno della sua sezione di base, dando luogo ad un cosiddetto *meccanismo globale*, caratterizzato da spostamenti maggiori a parità di duttilità degli elementi strutturali.

Se la struttura è progettata in classe di duttilità B ($k_D=0.7$, come assunto per l'esercitazione progettuale svolta nell'anno in corso) la normativa non richiede di progettare le armature degli elementi trave e colonne secondo i criteri di gerarchia delle resistenze brevemente richiamati sopra. Pertanto, in tal caso il progetto delle armature longitudinali delle colonne e di tutte quelle trasversali può riferirsi alle sollecitazioni ottenute dall'analisi strutturale condotta secondo le tre combinazioni di carico introdotte. Rispetto al caso di struttura in classe di duttilità A si hanno le due differenze seguenti:

- da un lato non si devono amplificare i momenti delle colonne in funzione di quelli delle travi, ovvero non si devono determinare i tagli che corrispondono allo sviluppo dei momenti ultimi;
- d'altro canto, le sollecitazioni sono calcolate con riferimento ad azioni sismiche maggiori poiché determinate con un $k_D=0.7$ (che porta ad un fattore di struttura $q=3.25$).

In definitiva, si propone il caso di struttura in Classe di Duttilità A perché più problematico, ma il caso delle strutture in CD "B" si ottiene semplicemente facendo sempre riferimento alle sollecitazioni che derivano dall'analisi strutturale condotta per le tre combinazioni di carico.

7. PROGETTO ARMATURE DELLE TRAVI

7.1 Armatura a flessione delle travi

Le sollecitazioni di calcolo per i traversi sono state ottenute dall'involuppo dei momenti flettenti derivanti dall'analisi. Note le sollecitazioni, il problema è stato risolto nel progetto delle armature per una sezione di dimensioni fissate.

Per una situazione di questo tipo, in generale, si può operare nel seguente modo:

- si determinano i momenti di progetto adimensionalizzati $\mu_d = \frac{M_d}{bh^2 f_{cd}}$;
- si fissa la posizione dell'asse neutro adimensionalizzato, ξ pari a 0.25, al fine di garantire alla sezione una buona duttilità;
- si calcola il momento adimensionalizzato equilibrato dal calcestruzzo $\mu_c = 0.8 \cdot \xi \cdot (1 - \delta' - 0.4\xi)$;
- se $\mu_c < \mu_d$ c'è la necessità di inserire armatura in compressione che può essere calcolata dall'equilibrio alla rotazione rispetto all'armatura tesa, supponendo di stare nella zona tre in cui l'armatura in compressione è snervata, definita la percentuale meccanica di armatura in compressione $\omega' = \frac{A'_s \cdot f_{sd}}{b \cdot h \cdot f'_{cd}}$ si può

scrivere:

$$\mu_d = 0.8 \cdot \xi \cdot (1 - \delta' - 0.4\xi) + \omega' \cdot (1 - 2\delta')$$

$$\mu_d = \mu_c + \omega' \cdot (1 - 2\delta') \Rightarrow \omega' = \frac{\mu_d - \mu_c}{(1 - 2\delta')} \Rightarrow A'_s = \frac{\omega' \cdot b \cdot h \cdot f'_{cd}}{f_{sd}}$$

noto ω' dall'equilibrio alla traslazione si può calcolare l'armatura in trazione:

$$0.8 \cdot \xi + \omega' = \omega \Rightarrow A_s = \frac{\omega \cdot b \cdot h \cdot f'_{cd}}{f_{sd}}$$

- se $\mu_c > \mu_d$ bisogna determinare l'asse neutro adimensionalizzato reale, minore di 0.25, dal precedente equilibrio rotazionale ponendo $\omega' = 0$, non essendo necessaria un'armatura in compressione, si può esplicitare ξ , $\chi \eta \varepsilon$ risulta pari a:

$$\xi = 1.25 \cdot (1 - \delta') \cdot \left[1 - \sqrt{1 - \frac{2 \cdot \mu_d}{(1 - \delta')^2}} \right]$$

e quindi si può determinare l'armatura in trazione dall'equilibrio alla traslazione:

$$0.8 \cdot \xi = \omega \Rightarrow A_s = \frac{0.8 \cdot \xi \cdot b \cdot h \cdot f'_{cd}}{f_{sd}}$$

Fatte queste doverose premesse, si riportano i risultati ottenuti avendo implementato un foglio di calcolo:

TRAVERSO 4-5-6

MOMENTO NEGATIVO											
SEZIONE	MOMENTO [N/cm]	ξ	μ_u	μ_c	ξ_{reale}	ω'	ω	A_s' [cm ²]	A_s [cm ²]	Ferro sup.	Ferro inf.
4	-26096672	0,25	0,3157	0,1680	0,25	0,1679	0,3679	8,40	18,41	18,41	8,40
4-5	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
5	-26348312	0,25	0,3188	0,1680	0,25	0,1714	0,3714	8,57	18,58	18,58	8,57
5-6	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
6	-25910842	0,25	0,3135	0,1680	0,25	0,1653	0,3653	8,27	18,28	18,28	8,27
MOMENTO POSITIVO											
SEZIONE	MOMENTO [N/cm]	ξ	μ_u	μ_c	ξ_{reale}	ω'	ω	A_s' [cm ²]	A_s [cm ²]	Ferro sup.	Ferro inf.
4	15524795	0,25	0,1878	0,1680	0,25	0,0225	0,2225	1,13	11,13	1,13	11,13
4-5	11167516	0,25	0,1351	0,1680	0,20	0,0000	0,1568	0,00	7,85	0,00	7,85
5	11094434	0,25	0,1342	0,1680	0,19	0,0000	0,1557	0,00	7,79	0,00	7,79
5-6	13914669	0,25	0,1684	0,1680	0,25	0,0004	0,2004	0,02	10,03	0,02	10,03
6	13697114	0,25	0,1657	0,1680	0,25	0,0000	0,1969	0,00	9,85	0,00	9,85

TRAVERSO 7-8-9

MOMENTO NEGATIVO											
SEZIONE	MOMENTO [N/cm]	ξ	μ_u	μ_c	ξ_{reale}	ω'	ω	A_s' [cm ²]	A_s [cm ²]	Ferro sup.	Ferro inf.
7	-22592442	0,25	0,2734	0,1680	0,25	0,1197	0,3197	5,99	16,00	16,00	5,99
7-8	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
8	-22883656	0,25	0,2769	0,1680	0,25	0,1237	0,3237	6,19	16,20	16,20	6,19
8-9	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
9	-22528599	0,25	0,2726	0,1680	0,25	0,1188	0,3188	5,95	15,95	15,95	5,95
MOMENTO POSITIVO											
SEZIONE	MOMENTO [N/cm]	ξ	μ_u	μ_c	ξ_{reale}	ω'	ω	A_s' [cm ²]	A_s [cm ²]	Ferro sup.	Ferro inf.
7	11051547	0,25	0,1337	0,1680	0,19	0,0000	0,1550	0,00	7,76	0,00	7,76
7-8	11327919	0,25	0,1371	0,1680	0,20	0,0000	0,1593	0,00	7,97	0,00	7,97
8	8215658	0,25	0,0994	0,1680	0,14	0,0000	0,1125	0,00	5,63	0,00	5,63
8-9	10424324	0,25	0,1261	0,1680	0,18	0,0000	0,1454	0,00	7,28	0,00	7,28
9	9382106	0,25	0,1135	0,1680	0,16	0,0000	0,1297	0,00	6,49	0,00	6,49

TRAVERSO 10-11-12

MOMENTO NEGATIVO											
SEZIONE	MOMENTO [N/cm]	ξ	μ_u	μ_c	ξ_{reale}	ω'	ω	A_s' [cm ²]	A_s [cm ²]	Ferro sup.	Ferro inf.
10	-11975079	0,25	0,1449	0,1680	0,21	0,0000	0,1694	0,00	8,48	8,48	0,00
10-11	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
11	-14127021	0,25	0,1709	0,1680	0,25	0,0033	0,2033	0,17	10,17	10,17	0,17
11-12	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
12	-12215069	0,25	0,1478	0,1680	0,22	0,0000	0,1732	0,00	8,66	8,66	0,00
MOMENTO POSITIVO											
SEZIONE	MOMENTO [N/cm]	ξ	μ_u	μ_c	ξ_{reale}	ω'	ω	A_s' [cm ²]	A_s [cm ²]	Ferro sup.	Ferro inf.
10	4485760	0,25	0,0543	0,1680	0,07	0,0000	0,0596	0,00	2,98	0,00	2,98
10-11	6291947	0,25	0,0761	0,1680	0,11	0,0000	0,0848	0,00	4,24	0,00	4,24
11	321026	0,25	0,0039	0,1680	0,01	0,0000	0,0041	0,00	0,21	0,00	0,21
11-12	6385988	0,25	0,0773	0,1680	0,11	0,0000	0,0861	0,00	4,31	0,00	4,31
12	3519402	0,25	0,0426	0,1680	0,06	0,0000	0,0464	0,00	2,32	0,00	2,32

Calcolata l'armatura minima in compressione ed in trazione, sono stati scelti i ferri da disporre in ciascuna sezione rispettando comunque le prescrizioni regolamentari:

- $\frac{1.4}{f_{yk}} < \rho < \frac{7}{f_{yk}}$ essendo ρ il rapporto geometrico di armatura A_s/bh oppure A_i/bh ,

con A_s e A_i rispettivamente l'armatura superiore e inferiore, viste le caratteristiche della sezione e dei materiali risulta che in ogni punto l'armatura inferiore e superiore deve essere compresa tra 5,53 cm² e 27.63 cm²;

- ¼ dell'armatura superiore necessaria all'estremità della trave deve essere mantenuta per tutto il bordo della stessa;
- almeno due Φ 12 devono essere presenti inferiormente e superiormente.

Le armature scelte dunque sono:

TRAVERSO 4-5-6

SEZIONE	FERRO SUPERIORE					FERRO INFERIORE				
	Ferro sup. [cm ²]	Numero ferri da calcolo	Diametro [mm]	Numero ferri reali	A_s reale [cm ²]	Ferro inf. [cm ²]	Numero ferri da calcolo	Diametro [mm]	Numero ferri reali	A_s reale [cm ²]
4	18,41	4,86	22	5	18,95	11,13	4,38	18	5	12,70
4-5	0,00	0,00	22	3	11,37	7,85	3,09	18	4	10,16
5	18,58	4,90	22	5	18,95	8,57	3,38	18	4	10,16
5-6	0,02	0,01	22	3	11,37	10,03	3,95	18	4	10,16
6	18,28	4,82	22	5	18,95	9,85	3,88	18	4	10,16

TRAVERSO 7-8-9

SEZIONE	FERRO SUPERIORE					FERRO INFERIORE				
	Ferro sup. [cm ²]	Numero ferri da calcolo	Diametro [mm]	Numero ferri reali	A _s reale [cm ²]	Ferro inf. [cm ²]	Numero ferri da calcolo	Diametro [mm]	Numero ferri reali	A _s reale [cm ²]
7	16,00	4,22	22	5	18,95	7,76	3,05	18	4	10,16
7-8	0,00	0,00	22	3	11,37	7,97	3,14	18	4	10,16
8	16,20	4,27	22	5	18,95	6,19	2,44	18	4	10,16
8-9	0,00	0,00	22	3	11,37	7,28	2,86	18	4	10,16
9	15,95	4,21	22	5	18,95	6,49	2,55	18	4	10,16

TRAVERSO 10-11-12

SEZIONE	FERRO SUPERIORE					FERRO INFERIORE				
	Ferro sup. [cm ²]	Numero ferri da calcolo	Diametro [mm]	Numero ferri reali	A _s reale [cm ²]	Ferro inf. [cm ²]	Numero ferri da calcolo	Diametro [mm]	Numero ferri reali	A _s reale [cm ²]
10	8,48	3,34	18	4	10,16	2,98	1,17	18	3	7,62
10-11	0,00	0,00	18	3	7,62	4,24	1,67	18	3	7,62
11	10,17	4,00	18	5	12,70	0,21	0,08	18	3	7,62
11-12	0,00	0,00	18	3	7,62	4,31	1,70	18	3	7,62
12	8,66	3,41	18	4	10,16	2,32	0,91	18	3	7,62

Definite le armature da adottare, sono stati calcolati i momenti ultimi mediante i quali è stato possibile effettuare la sagomatura dei ferri.

La procedura adottata per il calcolo del momento ultimo è la seguente, si ricorda che nel caso della flessione $N_u=0$:

- si calcolano preliminarmente i limiti tra le zone:

$$2' \text{ e } 2'', \quad y_{2'-2''} = \frac{f_{sd} \cdot d + 0.01 \cdot E_s \cdot d'}{0.01 \cdot E_s + f_{sd}} = 8.98 \text{ cm}$$

$$2 \text{ e } 3, \quad y_{2-3} = \frac{0.0035}{0.0035 + 0.01} \cdot (h - d') = 12.19 \text{ cm}$$

$$3 \text{ e } 4, \quad y_{3-4} = \frac{0.0035}{0.0035 + \left(\frac{f_{sd}}{E_s} \right)} \cdot (h - d') = 32.42 \text{ cm}$$

- si calcola l'asse neutro ipotizzando di stare nella zona 3 per cui si ha:

$$y_c = \frac{N_u + A_s \cdot f_{sd} - A's \cdot f_{sd}}{0.8 \cdot b \cdot f'_{cd}}$$

- se risulta $y_c < y_{2'-2''}$ si ricalcola l'asse neutro ricavando y_c dalla seguente relazione di equilibrio:

$$0.8 \cdot y_c \cdot b \cdot f'_{cd} - A_s \cdot f_{sd} + A'_s \cdot E_s \cdot \frac{0.01}{d - y_c} \cdot (y_c - d') = N_u$$

- se invece risulta $y_c > y_{3-4}$ si calcola nuovamente l'asse neutro ricavandolo dal seguente equilibrio alla traslazione:

$$0.8 \cdot y_c \cdot b \cdot f'_{cd} + A'_s \cdot f_{sd} - A_s \cdot E_s \cdot \frac{0.0035}{y_c} \cdot (d - y_c) = N_u$$

- nota la posizione dell'asse neutro, si calcola il momento ultimo a seconda della zona in cui si opera, in particolare:

parte alta della zona due ($y_c < y_{2'-2''}$), caratterizzata dall'armatura in compressione in campo elastico e quella in trazione snervata:

$$M_{ug} = 0.8by_c f'_{cd} \left(\frac{h}{2} - 0.4y_c \right) + (y_c - d') \frac{0.01}{(d - y_c)} E_s A'_s \left(\frac{h}{2} - d' \right) + f_{sd} A_s \left(\frac{h}{2} - d' \right);$$

parte bassa della zona due e zona tre ($y_{2'-2''} < y_c < y_{3-4}$), caratterizzata da entrambe le armature snervate:

$$M_{ug} = 0.8by_c f'_{cd} \left(\frac{h}{2} - 0.4y_c \right) + f_{sd} A'_s \left(\frac{h}{2} - d' \right) + f_{sd} A_s \left(\frac{h}{2} - d' \right);$$

zona quattro ($y_c > y_{3-4}$), caratterizzata da armatura in compressione snervata e quella in trazione in campo elastico:

$$M_{ug} = 0.8by_c f'_{cd} \left(\frac{h}{2} - 0.4y_c \right) + f_{sd} A'_s \left(\frac{h}{2} - d' \right) + \frac{0.0035}{y_c} (d - y_c) E_s A_s \left(\frac{h}{2} - d' \right);$$

di seguito si riportano i valori dei momenti resistenti ottenuti per ciascuna sezione significativa:

TRAVERSO 4-5-6

Sezione	FERRO SUPERIORE			FERRO INFERIORE			VERIFICA					
	Diametro [mm]	N.ferri	As reale [cm ²]	Diametro [mm]	N.ferri	As reale [cm ²]	y_c [cm]	ξ^-	M_{res^-} [Ncm]	y_c^+ [cm]	ξ^+	M_{res^+} [Ncm]
1	22	5	18,95	18	5	12,70	8,69	0,17	27439196	5,77	0,12	18568472
2	22	3	11,37	18	5	12,70	6,23	0,12	16613171	6,95	0,14	18502967
3	22	5	18,95	18	5	12,70	8,69	0,17	27439196	5,77	0,12	18568472
4	22	5	18,95	18	4	10,16	10,98	0,22	27144386	5,11	0,10	14899384
5	22	3	11,37	18	4	10,16	6,73	0,13	16584040	6,03	0,12	14864183
6	22	5	18,95	18	4	10,16	10,98	0,22	27144386	5,11	0,10	14899384

TRAVERSO 7-8-9

Sezione	FERRO SUPERIORE			FERRO INFERIORE			VERIFICA					
	Diametro	N.ferri	As reale	Diametro	N.ferri	As reale	y_c^-	ξ^-	M_{res}^-	y_c^+	ξ^+	M_{res}^+
	[mm]		[cm ²]	[mm]		[cm ²]	[cm]		[Ncm]	[cm]		[Ncm]
1	22	5	18,95	18	4	10,16	10,98	0,22	27144386	5,11	0,10	14899384
2	22	3	11,37	18	4	10,16	6,73	0,13	16584040	6,03	0,12	14864183
3	22	5	18,95	18	4	10,16	10,98	0,22	27144386	5,11	0,10	14899384
4	22	3	11,37	18	4	10,16	6,73	0,13	16584040	6,03	0,12	14864183
5	22	5	18,95	18	4	10,16	10,98	0,22	27144386	5,11	0,10	14899384

TRAVERSO 10-11-12

Sezione	FERRO SUPERIORE			FERRO INFERIORE			VERIFICA					
	Diametro	N.ferri	As reale	Diametro	N.ferri	As reale	y_c^-	ξ^-	M_{res}^-	y_c^+	ξ^+	M_{res}^+
	[mm]		[cm ²]	[mm]		[cm ²]	[cm]		[Ncm]	[cm]		[Ncm]
1	18	4	10,16	18	3	7,62	6,87	0,14	14816299	5,22	0,10	11203430
2	18	3	7,62	18	3	7,62	5,65	0,11	11188360	5,65	0,11	11188360
3	18	5	12,70	18	3	7,62	8,04	0,16	18416873	4,92	0,10	11211952
4	18	3	7,62	18	3	7,62	5,65	0,11	11188360	5,65	0,11	11188360
5	18	4	10,16	18	3	7,62	6,87	0,14	14816299	5,22	0,10	11203430

7.2 Armatura a taglio delle travi

Nel progetto delle armature a taglio, i valori di progetto delle azioni non derivano dall'analisi, nello spirito del principio di gerarchia delle resistenze di cui si è discusso al § 1.1, si vuole dimensionare l'armatura a taglio in modo tale da garantire che in caso di crisi, questa avvenga per flessione e non per taglio. Da un punto di vista operativo, per ottenere quanto ci si è prefissati, la norma suggerisce di determinare i tagli di calcolo, considerando i momenti resistenti amplificati di un coefficiente di sovraresistenza γ_{RD} pari ad 1.2, in luogo dei momenti derivanti dall'analisi. I tagli dunque sono stati calcolati per le condizioni di carico FV+O ed FV-O mediante le seguenti relazioni:

$$T_{ij} = -1.2 \frac{M_{resi} + M_{resj}}{l_{ij}} + \frac{q_{ij} \cdot l_{ij}^2}{2}$$

$$T_{ij} = -1.2 \frac{M_{resi} + M_{resj}}{l_{ij}} - \frac{q_{ij} \cdot l_{ij}^2}{2}$$

dove:

- M_{resi} è il momento resistente nell'estremo i mobilitato dalla condizione di carico considerata, preso con il segno positivo se orario ed in ogni caso concorde a M_{resj} ;

- M_{resj} è il momento resistente nell'estremo j mobilitato dalla condizione di carico considerata, preso con il segno positivo se orario ed in ogni caso concorde a M_{resi} ;
- q_{ij} è il carico agente sulla trave ij nella condizione di carico considerata.

Di seguito sono riportati i tagli di progetto per le due condizioni di carico:

Asta	L [cm]	q [N/cm]	Appoggio	M_{res}^- [Ncm]	M_{res}^+ [Ncm]	T_{sisma+} [N]	T_{sisma-} [N]
4-5	460	384,10	4	-27439196	18568472	-31677	208363
			5	27439196	-18568472	-208363	31677
5-6	490	384,10	5	-27144386	14899384	-8860	197069
			6	27144386	-14899384	-197069	8860
7-8	460	384,10	7	-27144386	14899384	-21336	198022
			8	27144386	-14899384	-198022	21336
8-9	490	384,10	8	-27144386	14899384	-8860	197069
			9	27144386	-14899384	-197069	8860
10-11	460	322,5	10	-14816299	11203430	-3095	142075
			11	18416873	-11211952	-151445	-6275
11-12	490	322,5	11	-18416873	11211952	15270	151552
			12	14816299	-11203430	-142755	-6473
I segni dei momenti sono quelli derivanti dalla convenzione del Cross							

Noti i tagli di progetto negli estremi i e j di qualsiasi traverso per le due condizioni di carico, sono state progettate le armature per ciascun estremo sulla base del taglio maggiore in valore assoluto per l'estremo considerato.

Nel calcolo è stato trascurato il contributo del calcestruzzo alla resistenza al taglio, conformemente a quanto stabilito dalla citata ordinanza.

Per il progetto delle armature fissati i due limiti normativi:

$$V_{rd1} = 0.25 \cdot b_w \cdot d \cdot f_{ctd} \cdot r \cdot (1 + 50\rho_l) \cdot \delta ;$$

$$V_{rd2} = 0.30 \cdot b_w \cdot d \cdot f_{cd} \cdot (1 + \cot \alpha);$$

essendo:

- b_w la dimensione dell'anima;
- d l'altezza della sezione;
- r un coefficiente pari a $1.6 \cdot d$ (con d in metri) che tiene conto dell'ingranamento degli inerti;

- $1+50\rho_1$ è un coefficiente che tiene conto dell'effetto spinotto dipendente dal rapporto geometrico di armatura $\rho_1=A_{s1}/(b_w d)$;
- $\delta=1$ nella flessione è un coefficiente che tiene conto dello stato di sollecitazione normale della sezione;
- $\alpha=90^\circ$ per le staffe.

nelle sezioni in cui risultava $V_{rd1} < V_d < V_{rd2}$ sono state calcolate le armature a taglio, sono stati adottati invece i limiti normativi dove era $V_{rd1} > V_d$.

In ogni caso, sono stati rispettati i seguenti limiti imposti dalle norme citate:

per un tratto pari a due volte l'altezza utile della sezione, $2d=94$ cm,

- $s < d/4 = 11.75$ cm
- $s < 15$ cm
- $s < 6\phi_{\text{minlong}} = 10.8$ cm
- $A_{st} \geq 0,16(1+0,15d/b_w) =$
- $s \leq 0,8d = 37.60$ cm
- $n_{st} \geq 3/m$

La formula adottata per il calcolo del passo delle staffe è la seguente:

$$s = \frac{\omega_s \cdot n_b \cdot f_{sd} \cdot 0.9 \cdot d}{V_d}$$

Essendo n_b in numero di bracci delle staffe e ω_s l'area della singola staffa.

Noto il passo delle staffe è stato calcolato il taglio resistente al fine di effettuare le verifiche necessarie, inoltre il calcolo del taglio resistente consente di definire la lunghezza dei tratti nei quali si ha $V_{rd1} < V_d < V_{rd2}$.

I risultati ottenuti sono di seguito riportati, per i grafici si rimanda alla tav. 2

-Progetto di un telaio piano in C.A.- *Carmine De Luca 463/32-*

Vd [N]	Area sup. [cm ²]	Area inf. [cm ²]	r	ρ_1	V _{rd1} [N]	V _{rd2} [N]	Diametro [mm]	n _b	s [cm]	S _{reale} [cm]	V _r [N]
208363	18,95	12,70	1,13	0,0090	57771	548631	10	2	10,46	10	218024
208363	18,95	12,70	1,13	0,0090	57771	548631	10	2	10,46	10	218024
197069	18,95	10,16	1,13	0,0072	54184	548631	10	2	11,06	10	218024
197069	18,95	10,16	1,13	0,0072	54184	548631	10	2	11,06	10	218024
198022	18,95	10,16	1,13	0,0072	54184	548631	10	2	11,01	10	218024
198022	18,95	10,16	1,13	0,0072	54184	548631	10	2	11,01	10	218024
197069	18,95	10,16	1,13	0,0072	54184	548631	10	2	11,06	10	218024
197069	18,95	10,16	1,13	0,0072	54184	548631	10	2	11,06	10	218024
142075	10,16	7,62	1,13	0,0054	50596	548631	10	2	15,35	15	145350
151445	12,70	7,62	1,13	0,0054	50596	548631	10	2	14,40	10	218024
151552	12,70	7,62	1,13	0,0054	50596	548631	10	2	14,39	10	218024
142755	10,16	7,62	1,13	0,0054	50596	548631	10	2	15,27	10	218024

8. PROGETTO DELLE ARMATURE DEI PILASTRI

Concluso il progetto delle armature delle travi, si è passato al calcolo delle armature nei pilastri. Questa sequenza non è casuale dal momento che, nello spirito del principio di gerarchia delle resistenze, l'armatura dei pilastri deve essere calcolata considerando i momenti di calcolo dei pilastri, amplificati di un coefficiente α dipendente dai momenti resistenti delle travi.

8.1 Determinazione sollecitazioni di calcolo

I coefficienti amplificativi, il cui scopo è quello di proteggere i pilastri dalla plasticizzazione, vengono determinati per ciascuna delle due combinazioni sismiche nel modo indicato dalla normativa:

$$\alpha = \gamma_{RD} \frac{\left| \sum M_{RT} \right|}{\left| \sum M_p \right|} \text{ dove:}$$

- γ_{RD} è il fattore di sovreresistenza pari a 1.2;
- $\sum M_{RT}$ è la somma dei momenti resistenti delle travi convergenti nel nodo mobilitati dalla condizione di carico considerata e aventi verso concorde;
- $\sum M_p$ è la somma dei momenti nei pilastri al di sopra e al di sotto del medesimo nodo derivanti dall'analisi per la condizione di carico considerata, la norma inoltre impone che: " nel caso in cui i momenti nei pilastri siano di verso discorde, il solo valore maggiore va posto al denominatore..., mentre il minore va sommato ai momenti resistenti delle travi."

Nella tabella che segue si riportano i coefficienti ottenuti:

- Condizione di carico FV+O

Nodo 4			
M ₄₋₁	-7957865		α 1,44
M ₄₋₇	-7566930	M _{RT4-5} ⁺ 18568472	
Nodo 5			
M ₅₋₂	-16697945	M _{RT5-4} ⁻ 27439196	α 1,43
M ₅₋₈	-18988550	M _{RT5-6} ⁺ 14899384	
Nodo 6			
M ₆₋₃	-12379214	M _{RT6-5} ⁻ 27144386	α 1,26
M ₆₋₉	-13531628		
Nodo 7			
M ₇₋₄	-10368759		α 1,62
M ₇₋₁₀	-682788	M _{RT7-8} ⁺ 14899384	
Nodo 8			
M ₈₋₅	-20274000	M _{RT8-7} ⁻ 27144386	α 1,72
M ₈₋₁₁	-9103872	M _{RT8-9} ⁺ 14899384	
Nodo 9			
M ₉₋₆	-15666133	M _{RT9-8} ⁻ 27144386	α 1,45
M ₉₋₁₂	-6862466		

I momenti sono espressi in [Ncm] e il segno deriva dalla convenzione del Cross

- Condizione di carico FV-O

Nodo 4			
M ₄₋₁	12437292	M _{RT4-5} ⁻ -27439196	α 1,27
M ₄₋₇	13659380		
Nodo 5			
M ₅₋₂	17308990	M _{RT5-6} ⁻ -27144386	α 1,48
M ₅₋₈	19864965	M _{RT5-4} ⁺ -18568472	
Nodo 6			
M ₆₋₃	7142530		α 1,31
M ₆₋₉	6554585	M _{RT6-5} ⁺ -14899384	
Nodo 7			
M ₇₋₄	15770107	M _{RT7-8} ⁻ -27144386	α 1,45
M ₇₋₁₀	6822335		
Nodo 8			
M ₈₋₅	21044304	M _{RT8-9} ⁻ -27144386	α 1,63
M ₈₋₁₁	10035689	M _{RT8-7} ⁺ -14899384	
Nodo 9			
M ₉₋₆	9502659		α 1,90
M ₉₋₁₂	-120553	M _{RT9-8} ⁺ -14899384	

I momenti sono espressi in [Ncm] e il segno deriva dalla convenzione del Cross

A questo punto sono stati calcolati i momenti di progetto, a tal fine bisogna anche tenere conto che "Per la sezione di base dei pilastri del piano terreno si applica il maggiore tra

il momento risultante dall'analisi ed il momento utilizzato per la sezione di sommità del pilastro. Non si applicano fattori di amplificazione alle sezioni di sommità dei pilastri dell'ultimo piano. Al valore del momento di calcolo ottenuto amplificando la procedura suddetta deve essere associato il più sfavorevole valore dello sforzo normale ottenuto dall'analisi, per ciascun verso dell'azione sismica. "

I valori degli sforzi normali nelle aste, per le tre condizioni di carico, derivanti dall'analisi, sono stati corretti in quanto non tengono conto del peso della tamponatura, della trave longitudinale e del pilastro stesso. Nella tabella che segue vengono riassunti i momenti di calcolo, sono riportati inoltre gli sforzi normali per le tre combinazioni di carico sommando per ciascuna di esse al valore derivante dall'analisi i carichi anzidetti:

CONDIZIONE DI CARICO FV+O

SOLLECITAZIONI DI PROGETTO NEI PILASTRI														
Asta	M _{ijd} [Ncm]	M _{jid} [Ncm]	N _{ij¹da}	N _{ij²da}	N _{ij³da}	G _{ktrave}			N _{ijd¹}	N _{ijd²}	N _{ijd³}	N _{jid¹}	N _{jid²}	N _{jid³}
			analisi	analisi	analisi	G _{kpilastro}	long.	G _{ktamp.}						
1-4	-20745951	-11459326	397257	46017	425416	20000	18970	55180	715435	364195	743594	687435	336195	715594
4-7	-10896379	-16797390	253726	48703	256223	20000	18970	55180	440094	235071	442591	412094	207071	414591
7-10	-1106116	-4485760	107559	34132	100906	20000	18970	0	162117	88690	155464	134117	60690	127464
2-5	-25518399	-23878062	921003	568063	526526	32000	18970	0	1135077	782137	740600	1090277	737337	695800
5-8	-27153627	-34871280	589898	366524	343752	32000	18970	0	732614	509240	486468	687814	464440	441668
8-11	-15658659	-13330045	263501	169534	162470	32000	18970	0	334859	240892	233828	290059	196092	189028
3-6	-22956625	-15597809	426605	422085	84223	20000	18970	55180	744783	740263	402401	716783	712263	374401
6-9	-17049852	-22715892	272341	256043	71295	20000	18970	55180	458709	442411	257663	430709	414411	229663
9-12	-9950576	-12215069	116004	102709	42999	20000	18970	0	170562	157267	97557	142562	129267	69557

CONDIZIONE DI CARICO FV-O

SOLLECITAZIONI DI PROGETTO NEI PILASTRI														
Asta	M _{ijd} [Ncm]	M _{jid} [Ncm]	N _{ij¹da}	N _{ij²da}	N _{ij³da}	G _{kpilastro}	G _{ktrave}		N _{ijd¹}	N _{ijd²}	N _{ijd³}	N _{jid¹}	N _{jid²}	N _{jid³}
			analisi	analisi	analisi		long.	G _{ktamp.}						
1-4	23058190	15795360	397257	46017	425416	20000	18970	55180	715435	364195	743594	687435	336195	715594
4-7	17347413	22866655	253726	48703	256223	20000	18970	55180	440094	235071	442591	412094	207071	414591
7-10	9892386	11975079	107559	34132	100906	20000	18970	0	162117	88690	155464	134117	60690	127464
2-5	25898189	25617306	921003	568063	526526	32000	18970	0	1135077	782137	740600	1090277	737337	695800
5-8	29400149	34302216	589898	366524	343752	32000	18970	0	732614	509240	486468	687814	464440	441668
8-11	16358174	14448047	263501	169534	162470	32000	18970	0	334859	240892	233828	290059	196092	189028
3-6	20410809	9356714	426605	422085	84223	20000	18970	55180	744783	740263	402401	716783	712263	374401
6-9	8586506	18055052	272341	256043	71295	20000	18970	55180	458709	442411	257663	430709	414411	229663
9-12	-229051	3519402	116004	102709	42999	20000	18970	0	170562	157267	97557	142562	129267	69557

8.2 Progetto e verifica armature a flessione

Dato che a priori non è possibile dire quale sia lo sforzo normale più sfavorevole da associare al momento di progetto, sono stati tracciati alcuni domini adimensionalizzati per una sezione con armatura simmetrica, scegliendo diverse percentuali meccaniche di armatura $\omega = \omega'$.

Il dominio di resistenza, è stato ottenuto dalle equazioni di equilibrio alla traslazione ed alla rotazione rispetto al baricentro, scritte in forma adimensionalizzata, per le sei zone che si possono avere sulla sezione al variare del livello tensionale.

Sono stati valutati sforzo normale adimensionalizzato e momento adimensionalizzato nei punti di transizione da una zona all'altra, le equazioni usate sono le seguenti:

1. $\xi = -\infty$:

$$v_{u,1} = -\omega - \omega';$$

$$\mu_{u,G,1} = +\omega \cdot \left(\frac{1}{2} - \delta' \right) - \omega' \cdot \left(\frac{1}{2} - \delta' \right);$$

2. $\xi = 0$:

$$v_{u,1-2} = -\omega' \cdot \frac{0.01}{1 - \delta'} \cdot \delta' \cdot \frac{E_s}{f_{sd}} - \omega;$$

$$\mu_{u,G,1-2} = -\omega' \cdot \frac{0.01}{1 - \delta'} \cdot \delta' \cdot \frac{E_s}{f_{sd}} \cdot \left(\frac{1}{2} - \delta' \right) + \omega \cdot \left(\frac{1}{2} - \delta' \right);$$

3. $\xi = \xi_{2-3} = 0.259 \cdot (1 - \delta')$:

$$v_{u,2-3} = 0.8 \cdot \xi + \omega' - \omega;$$

$$\mu_{u,G,2-3} = 0.8 \cdot \xi \cdot \left(\frac{1}{2} - 0.4\xi \right) + \omega' \cdot \left(\frac{1}{2} - \delta' \right) + \omega \cdot \left(\frac{1}{2} - \delta' \right);$$

4. $\xi = \xi_{3-4} = \frac{0.0035}{0.0035 + \left(\frac{f_{sd}}{E_s} \right)} \cdot (1 - \delta')$:

$$v_{u,3-4} = 0.8 \cdot \xi + \omega' - \omega;$$

$$\mu_{u,G,3-4} = 0.8 \cdot \xi \cdot \left(\frac{1}{2} - 0.4\xi \right) + \omega' \cdot \left(\frac{1}{2} - \delta' \right) + \omega \cdot \left(\frac{1}{2} - \delta' \right);$$

5. $\xi = \xi_{4-5} = 1 - \delta'$:

$$v_{u,4-5} = 0.8 \cdot \xi + \omega';$$

$$\mu_{u,G,4-5} = 0.8 \cdot \xi \cdot \left(\frac{1}{2} - 0.4\xi \right) + \omega' \cdot \left(\frac{1}{2} - \delta' \right);$$

6. $\xi = \xi_{5-6} = 1:$

$$v_{u,5-6} = 0.8 + \omega' + \omega \cdot 0.0035 \cdot \delta' \cdot \frac{E_s}{f_{sd}};$$

$$\mu_{u,G,5-6} = 0.8 \cdot \left(\frac{1}{2} - 0.4 \right) + \omega' \cdot \left(\frac{1}{2} - \delta' \right) - \omega \cdot 0.0035 \cdot \delta' \cdot \frac{E_s}{f_{sd}} \cdot \left(\frac{1}{2} - \delta' \right);$$

7. $\xi = +\infty$

$$v_{u,6} = 1 + \omega' + \omega;$$

$$\mu_{u,G,6} = \omega' \cdot \left(\frac{1}{2} - \delta' \right) - \omega \cdot \left(\frac{1}{2} - \delta' \right)$$

Dato che i punti scelti per il tracciamento sono pochi, seppure molto significativi, è stato ottenuto un dominio approssimato, ma comunque ritenuto affidabile perché poco discorde dalla realtà e in ogni caso a vantaggio di sicurezza.

Per ciascun pilastro e per ciascuna condizione di carico, è stato riportato sul dominio di

resistenza lo sforzo normale di progetto adimensionalizzato $v_d = \frac{N_u}{b \cdot h \cdot f'_{cd}}$, e il

momento di progetto adimensionalizzato $\mu_d = \frac{M_u}{b \cdot h^2 \cdot f'_{cd}}$. Così facendo, è stato

possibile individuare quale percentuale meccanica di armatura consentiva di verificare la sezione per qualsiasi combinazione.

I limiti normativi adottati sono quelli indicati dalla citata ordinanza ossia: *“nella sezione corrente del pilastro la percentuale di armatura longitudinale deve essere compresa tra i*

seguenti limiti: $1\% \leq \frac{A}{A_c} \leq 4\%$ con A area totale dell'armatura longitudinale e A_c area della

sezione lorda del pilastro.”

PILASTRO 1-4

b: 40 [cm] Minimo normativo nelle sezioni correnti: 20 $\langle A_s \rangle$ 80 [cm²]
 h: 50 [cm] $A_{s\text{ totale}} = A_s + A'_s$: 25,4 [cm²]

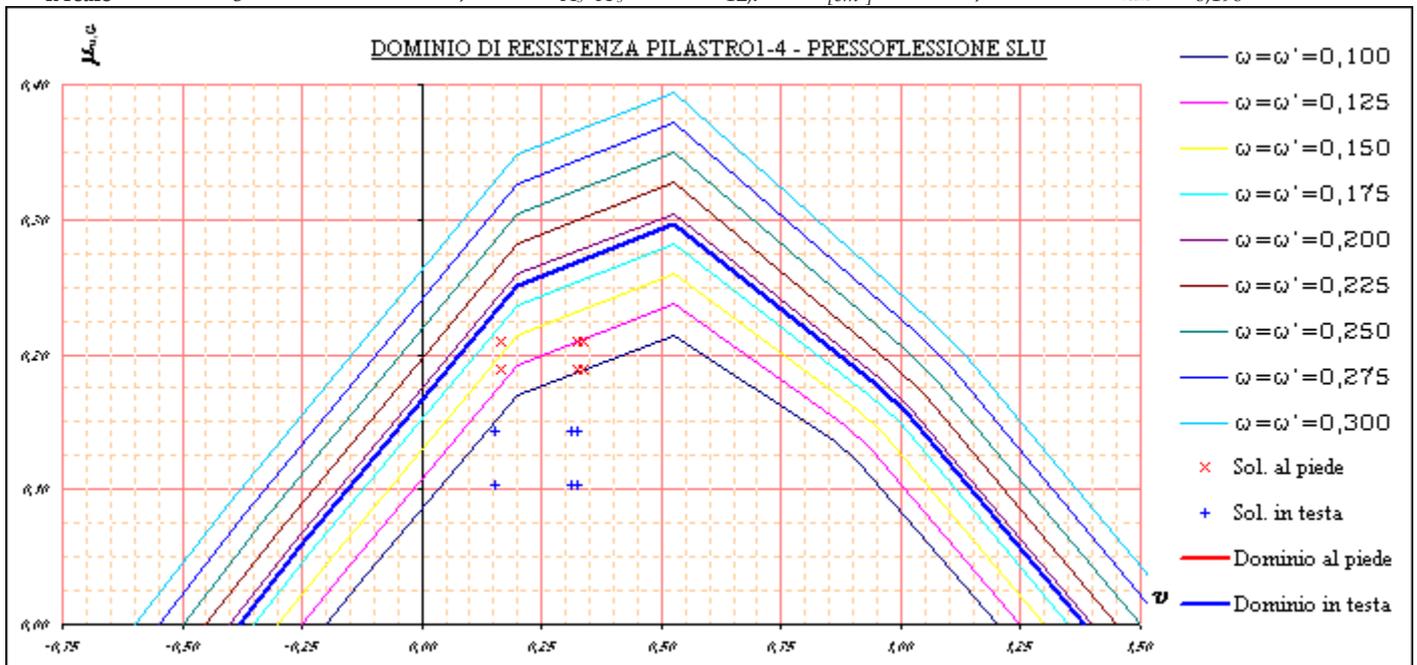
CONDIZIONE DI CARICO 2						CONDIZIONE DI CARICO 3					
Sollecitazioni al piede			Sollecitazioni in testa			Sollecitazioni al piede			Sollecitazioni in testa		
M _{ijd}	-20745951	[Ncm]	M _{ijd}	-11459326	[Ncm]	M _{ijd}	23058190	[Ncm]	M _{ijd}	15795360	[Ncm]
N _{ijd¹}	715435	[N]	N _{ijd¹}	687435	[N]	N _{ijd¹}	715435	[N]	N _{ijd¹}	687435	[N]
N _{ijd²}	364195	[N]	N _{ijd²}	336195	[N]	N _{ijd²}	364195	[N]	N _{ijd²}	336195	[N]
N _{ijd³}	743594	[N]	N _{ijd³}	715594	[N]	N _{ijd³}	743594	[N]	N _{ijd³}	715594	[N]

ARMATURA IN TESTA

$\omega = \omega'_{\text{testa}}$ 0,100 $\Rightarrow A_s = A'_s$ da calcolo 6,68 [cm²]
 n ferri da calcolo: 2,63
 Diametro 18 [mm] $\Rightarrow \omega_s$ 2,54 [cm²]
 n reale 5 $\Rightarrow A_s = A'_s$ 12,7 [cm²] $\Rightarrow \omega = \omega'_{\text{reale}}$ 0,190

ARMATURA AL PIEDE

$w = w'_{\text{testa}}$ 0,175 $\Rightarrow A_s = A'_s$ da calcolo 11,68 [cm²]
 n ferri da calcolo: 4,60
 Diametro 18 [mm] $\Rightarrow \omega_s$ 2,54 [cm²]
 n reale 5 $\Rightarrow A_s = A'_s$ 12,7 [cm²] $\Rightarrow \omega = \omega'_{\text{reale}}$ 0,190



PILASTRO 4-7

b: 40 [cm] Minimo normativo nelle sezioni correnti: 20 <As< 80 [cm²]
 h: 50 [cm] A_{s totale}=A_s+A'_s: 30,48 [cm²]

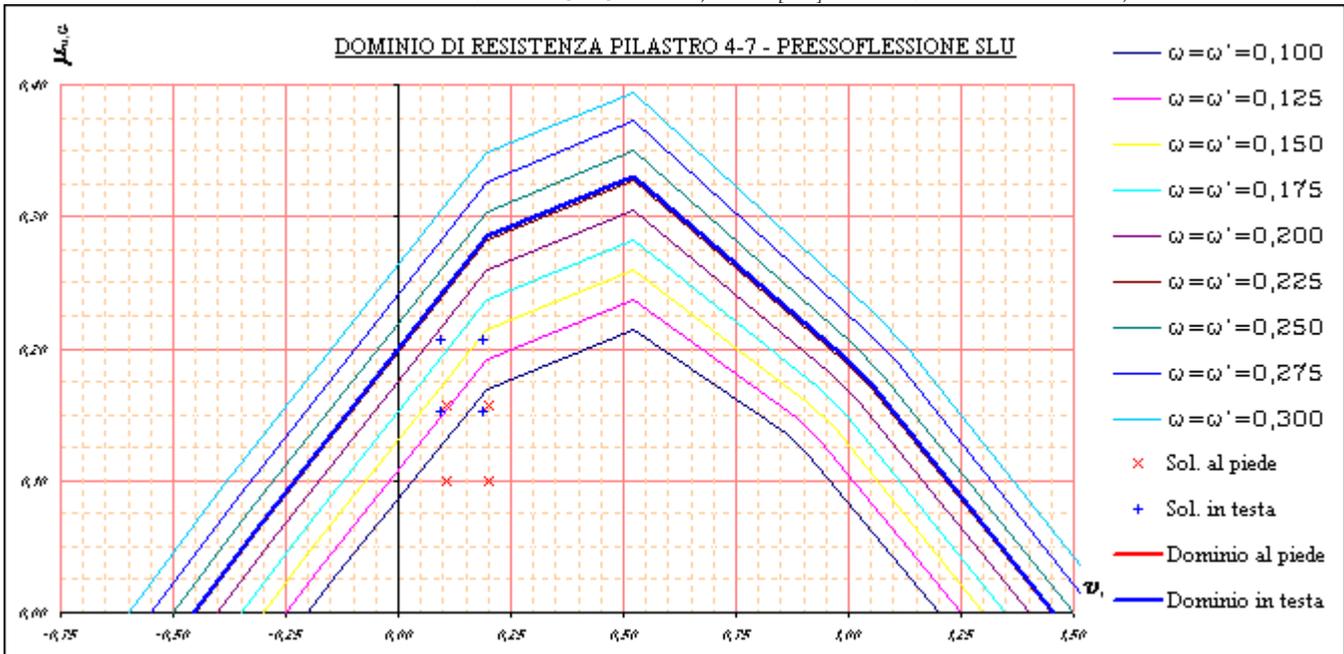
CONDIZIONE DI CARICO 2				CONDIZIONE DI CARICO 3			
Sollecitazioni al piede		Sollecitazioni in testa		Sollecitazioni al piede		Sollecitazioni in testa	
M _{ijd}	-10896379 [Ncm]	M _{fid}	-16797390 [Ncm]	M _{ijd}	17347413 [Ncm]	M _{fid}	22866655 [Ncm]
N _{ijd¹}	440094 [N]	N _{ijd¹}	412094 [N]	N _{ijd¹}	440094 [N]	N _{ijd¹}	412094 [N]
N _{ijd²}	235071 [N]	N _{ijd²}	207071 [N]	N _{ijd²}	235071 [N]	N _{ijd²}	207071 [N]
N _{ijd³}	442591 [N]	N _{ijd³}	414591 [N]	N _{ijd³}	442591 [N]	N _{ijd³}	414591 [N]

ARMATURA IN TESTA

$\omega = \omega'_{testa} = 0,200 \Rightarrow A_s = A'_{sda \text{ calcolo}} = 13,35 \text{ [cm}^2]$
 n ferri da calcolo: 5,26
Diametro 18 [mm] $\Rightarrow \omega_s = 2,54 \text{ [cm}^2]$
n reale 6 $\Rightarrow A_s = A'_s = 15,24 \text{ [cm}^2] \Rightarrow \omega = \omega'_{reale} = 0,228$

ARMATURA AL PIEDE

$\omega = \omega'_{testa} = 0,150 \Rightarrow A_s = A'_{sda \text{ calcolo}} = 10,01 \text{ [cm}^2]$
 n ferri da calcolo: 3,94
Diametro 18 [mm] $\Rightarrow \omega_s = 2,54 \text{ [cm}^2]$
n reale 6 $\Rightarrow A_s = A'_s = 15,24 \text{ [cm}^2] \Rightarrow \omega = \omega'_{reale} = 0,228$



PILASTRO 2-5

Minimo normativo nelle sezioni
correnti:

b: 80 [cm] 32 <As< 128 [cm²]
h: 40 [cm] A_{s totale}=A_s+A'_s: 35,56 [cm²]

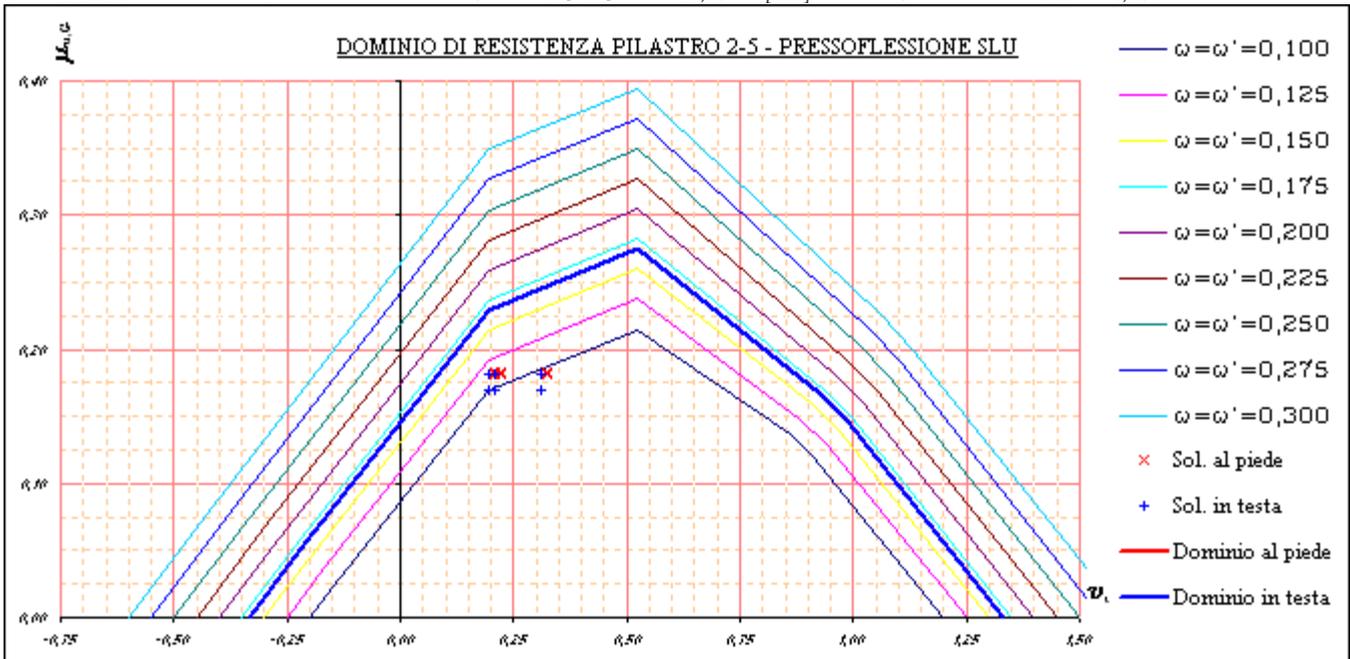
CONDIZIONE DI CARICO 2					CONDIZIONE DI CARICO 3						
Sollecitazioni al piede			Sollecitazioni in testa			Sollecitazioni al piede			Sollecitazioni in testa		
M _{ijd}	-25518399	[Ncm]	M _{jid}	-23878062	[Ncm]	M _{ijd}	25898189	[Ncm]	M _{jid}	25617306	[Ncm]
N _{ijd¹}	1135077	[N]	N _{ijd¹}	1090277	[N]	N _{ijd¹}	1135077	[N]	N _{ijd¹}	1090277	[N]
N _{ijd²}	782137	[N]	N _{ijd²}	737337	[N]	N _{ijd²}	782137	[N]	N _{ijd²}	737337	[N]
N _{ijd³}	740600	[N]	N _{ijd³}	695800	[N]	N _{ijd³}	740600	[N]	N _{ijd³}	695800	[N]

ARMATURA IN TESTA

$\omega = \omega'_{testa} = 0,125 \Rightarrow A_s = A'_{sda \text{ calcolo}} = 13,35 \text{ [cm}^2\text{]}$
 n ferri da calcolo: 5,26
Diametro 18 [mm] $\Rightarrow \omega_s = 2,54 \text{ [cm}^2\text{]}$
n reale 7 $\Rightarrow A_s = A'_s = 17,78 \text{ [cm}^2\text{]} \Rightarrow \omega = \omega'_{reale} = 0,167$

ARMATURA AL PIEDE

$\omega = \omega'_{testa} = 0,125 \Rightarrow A_s = A'_{sda \text{ calcolo}} = 13,35 \text{ [cm}^2\text{]}$
 n ferri da calcolo: 5,26
Diametro 18 [mm] $\Rightarrow \omega_s = 2,54 \text{ [cm}^2\text{]}$
n reale 7 $\Rightarrow A_s = A'_s = 17,78 \text{ [cm}^2\text{]} \Rightarrow \omega = \omega'_{reale} = 0,167$



PILASTRO 8-11

Minimo normativo nelle sezioni
correnti:

b: 80 [cm] 32 <As< 128 [cm²]
h: 40 [cm] A_{s totale}=A_s+A_{s'}: 35,56 [cm²]

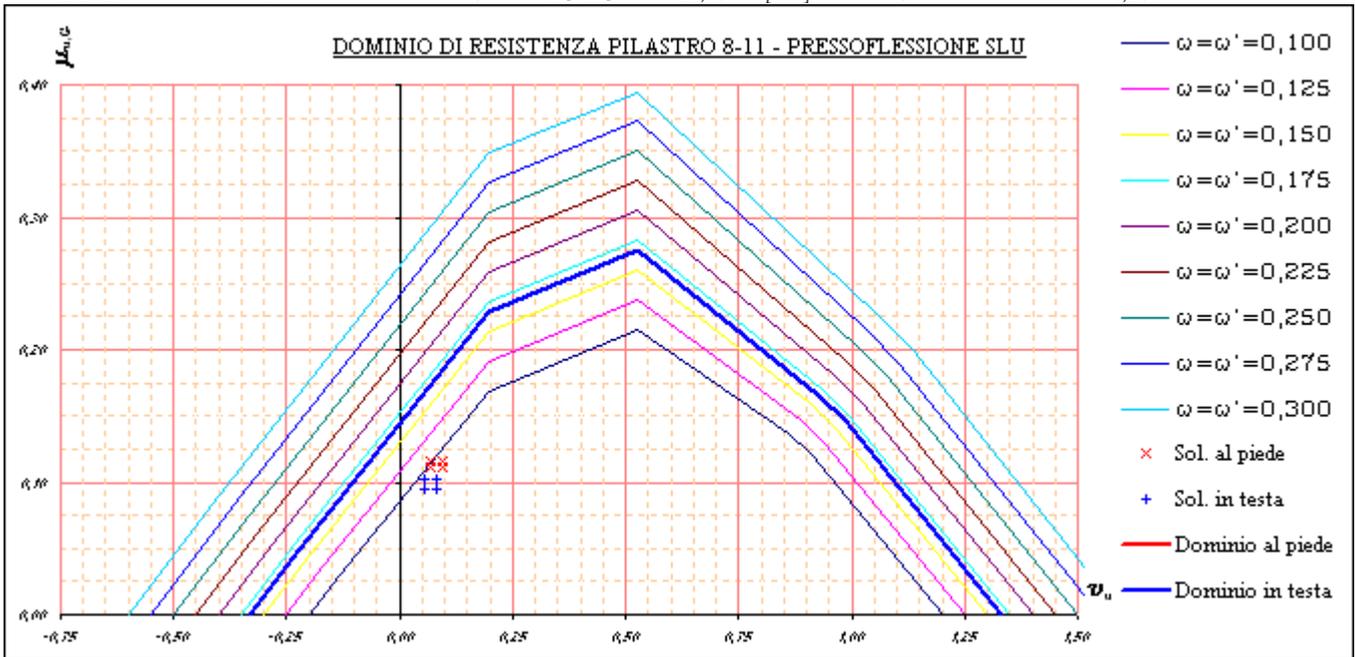
CONDIZIONE DI CARICO 2				CONDIZIONE DI CARICO 3			
Sollecitazioni al piede		Sollecitazioni in testa		Sollecitazioni al piede		Sollecitazioni in testa	
M _{ijd}	-15658659 [Ncm]	M _{jid}	-13330045 [Ncm]	M _{ijd}	16358174 [Ncm]	M _{jid}	14448047 [Ncm]
N _{ijd¹}	334859 [N]	N _{ijd¹}	290059 [N]	N _{ijd¹}	334859 [N]	N _{ijd¹}	290059 [N]
N _{ijd²}	240892 [N]	N _{ijd²}	196092 [N]	N _{ijd²}	240892 [N]	N _{ijd²}	196092 [N]
N _{ijd³}	233828 [N]	N _{ijd³}	189028 [N]	N _{ijd³}	233828 [N]	N _{ijd³}	189028 [N]

ARMATURA IN TESTA

$\omega = \omega'_{testa} = 0,100 \Rightarrow A_s = A'_{sda\ calcolo} = 10,68 [cm^2]$
 n ferri da calcolo: 4,20
Diametro 18 [mm] $\Rightarrow \omega_s = 2,54 [cm^2]$
n reale 7 $\Rightarrow A_s = A'_s = 17,78 [cm^2] \Rightarrow \omega = \omega'_{reale} = 0,167$

ARMATURA AL PIEDE

$\omega = \omega'_{testa} = 0,100 \Rightarrow A_s = A'_{sda\ calcolo} = 10,68 [cm^2]$
 n ferri da calcolo: 4,20
Diametro 18 [mm] $\Rightarrow \omega_s = 2,54 [cm^2]$
n reale 7 $\Rightarrow A_s = A'_s = 17,78 [cm^2] \Rightarrow \omega = \omega'_{reale} = 0,167$



PILASTRO 3-6

Minimo normativo nelle sezioni
correnti:

b: 40 [cm] 20 <A_s< 80 [cm²]
h: 50 [cm] A_{s totale}=A_s+A'_s: 25,4 [cm²]

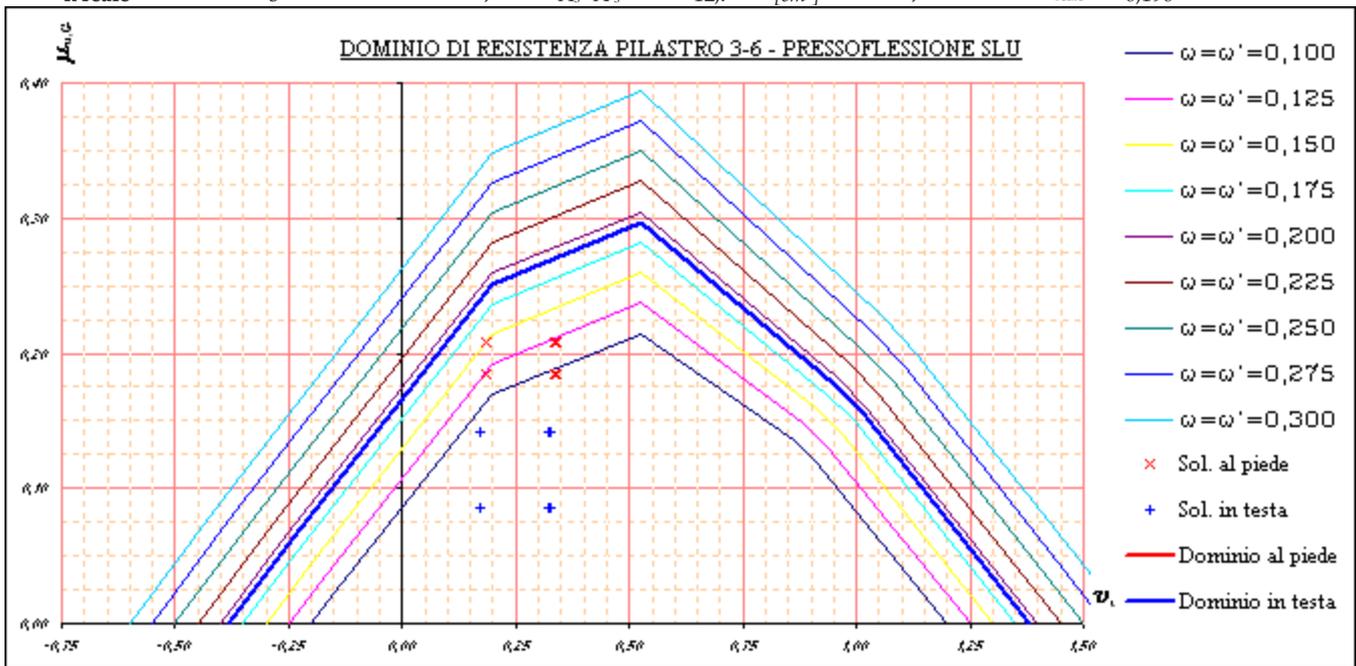
CONDIZIONE DI CARICO 2				CONDIZIONE DI CARICO 3			
Sollecitazioni al piede		Sollecitazioni in testa		Sollecitazioni al piede		Sollecitazioni in testa	
M _{ijd}	-22956625 [Ncm]	M _{ijd}	-15597809 [Ncm]	M _{ijd}	20410809 [Ncm]	M _{ijd}	9356714 [Ncm]
N _{ijd1}	744783 [N]	N _{ijd1}	716783 [N]	N _{ijd1}	744783 [N]	N _{ijd1}	716783 [N]
N _{ijd2}	740263 [N]	N _{ijd2}	712263 [N]	N _{ijd2}	740263 [N]	N _{ijd2}	712263 [N]
N _{ijd3}	402401 [N]	N _{ijd3}	374401 [N]	N _{ijd3}	402401 [N]	N _{ijd3}	374401 [N]

ARMATURA IN TESTA

$\omega = \omega'_{testa} = 0,100 \Rightarrow A_s = A'_{sda\ calcolo} = 6,68 [cm^2]$
 n ferri da calcolo: 2,63
Diametro 18 [mm] $\Rightarrow \omega_s = 2,54 [cm^2]$
n reale 5 $\Rightarrow A_s = A'_s = 12,7 [cm^2] \Rightarrow \omega = \omega'_{reale} = 0,190$

ARMATURA AL PIEDE

$\omega = \omega'_{testa} = 0,175 \Rightarrow A_s = A'_{sda\ calcolo} = 11,68 [cm^2]$
 n ferri da calcolo: 4,60
Diametro 18 [mm] $\Rightarrow \omega_s = 2,54 [cm^2]$
n reale 5 $\Rightarrow A_s = A'_s = 12,7 [cm^2] \Rightarrow \omega = \omega'_{reale} = 0,190$



PILASTRO 9-12

Minimo normativo nelle sezioni
correnti:

b: 40 [cm] 20 <As< 80 [cm²]
h: 50 [cm] A_{s totale}=A_s+A'_s: 20,32 [cm²]

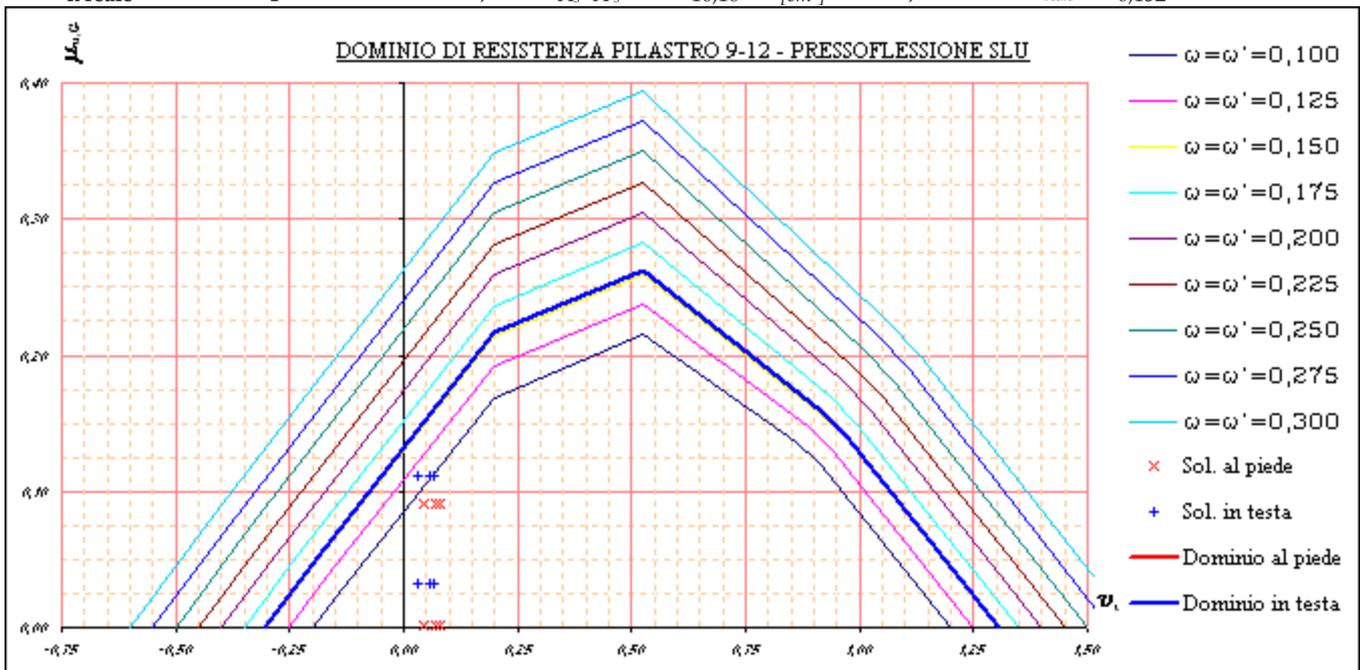
CONDIZIONE DI CARICO 2				CONDIZIONE DI CARICO 3			
Sollecitazioni al piede		Sollecitazioni in testa		Sollecitazioni al piede		Sollecitazioni in testa	
M _{ijd}	-9950576 [Ncm]	M _{ijd}	-12215069 [Ncm]	M _{ijd}	-229051 [Ncm]	M _{ijd}	3519402 [Ncm]
N _{ijd¹}	170562 [N]	N _{ijd¹}	142562 [N]	N _{ijd¹}	170562 [N]	N _{ijd¹}	142562 [N]
N _{ijd²}	157267 [N]	N _{ijd²}	129267 [N]	N _{ijd²}	157267 [N]	N _{ijd²}	129267 [N]
N _{ijd³}	97557 [N]	N _{ijd³}	69557 [N]	N _{ijd³}	97557 [N]	N _{ijd³}	69557 [N]

ARMATURA IN TESTA

$\omega = \omega'_{testa} = 0,125 \Rightarrow A_s = A'_{sda\ calcolo} = 8,34 [cm^2]$
 n ferri da calcolo: 3,28
Diametro 18 [mm] $\Rightarrow \omega_s = 2,54 [cm^2]$
n reale 4 $\Rightarrow A_s = A'_s = 10,16 [cm^2] \Rightarrow \omega = \omega'_{reale} = 0,152$

ARMATURA AL PIEDE

$\omega = \omega'_{testa} = 0,100 \Rightarrow A_s = A'_{sda\ calcolo} = 6,68 [cm^2]$
 n ferri da calcolo: 2,63
Diametro 18 [mm] $\Rightarrow \omega_s = 2,54 [cm^2]$
n reale 4 $\Rightarrow A_s = A'_s = 10,16 [cm^2] \Rightarrow \omega = \omega'_{reale} = 0,152$



Calcolate le armature, sono state effettuate le verifiche di resistenza utilizzando le stesse relazione viste per la verifica delle travi, tenendo presente però, che nei pilastri lo sforzo normale non è nullo. Va sottolineato che essendo le sezioni simmetriche, il momento resistente negativo è uguale a quello positivo. Si riportano i risultati ottenuti considerando i tre sforzi normali visti in precedenza:

PILASTRO 1-4

b:	40	[cm]	$A_s=A'_s$ in testa	12,70	[cm ²]
h:	50	[cm]	$A_s=A'_s$ al piede	12,70	[cm ²]
d':	3	[cm]			

	N_u [N]	y_c [cm]	ξ	M_{ug} [kNm]	T [N]
Testa	687435	19,49	0,39	302,88	182493
	336195	9,53	0,19	255,86	154946
	715594	20,29	0,41	305,44	183974
	N_u [N]	y_c [cm]	ξ	M_{ug} [kNm]	T [N]
Piede	715435	20,29	0,41	305,43	182493
	364195	10,33	0,21	260,63	154946
	743594	21,09	0,42	307,81	183974

PILASTRO 4-7

b:	40	[cm]	$A_s=A'_s$ in testa	15,24	[cm ²]
h:	50	[cm]	$A_s=A'_s$ al piede	15,24	[cm ²]
d':	3	[cm]			

	N_u [N]	y_c [cm]	ξ	M_{ug} [kNm]	T [N]
Testa	412094	11,69	0,23	305,31	184476
	207071	8,14	0,16	266,37	161588
	414591	11,76	0,24	305,70	184706
	N_u [N]	y_c [cm]	ξ	M_{ug} [kNm]	T [N]
Piede	440094	12,48	0,25	309,61	184476
	235071	8,36	0,17	272,26	161588
	442591	12,55	0,25	309,98	184706

PILASTRO 7-10

b:	40	[cm]	$A_s=A'_s$ in testa	10,16	[cm ²]
h:	50	[cm]	$A_s=A'_s$ al piede	10,16	[cm ²]
d':	3	[cm]			

	N_u [N]	y_c [cm]	ξ	M_{ug} [kNm]	T [N]
Testa	134117	7,10	0,14	177,61	108324
	60690	6,31	0,13	162,11	99045
	127464	7,03	0,14	176,21	107487
	N_u [N]	y_c [cm]	ξ	M_{ug} [kNm]	T [N]
Piede	162117	7,40	0,15	183,47	108324
	88690	6,62	0,13	168,04	99045
	155464	7,33	0,15	182,08	107487

PILASTRO 2-5

b:	80	[cm]	$A_s=A'_s$ in testa	17,78	[cm ²]
h:	40	[cm]	$A_s=A'_s$ al piede	17,78	[cm ²]
d':	3	[cm]			

	N_u [N]	y_c [cm]	ξ	M_{ug} [kNm]	T [N]
Testa	1090277	15,46	0,39	350,37	211215
	737337	10,45	0,26	316,37	191350
	695800	9,87	0,25	311,44	188454
	N_u [N]	y_c [cm]	ξ	M_{ug} [kNm]	T [N]
Piede	1135077	16,09	0,40	353,68	211215
	782137	11,09	0,28	321,47	191350
	740600	10,50	0,26	316,75	188454

PILASTRO 5-8

b:	80	[cm]	$A_s=A'_s$ in testa	25,40	[cm ²]
h:	40	[cm]	$A_s=A'_s$ al piede	25,40	[cm ²]
d':	3	[cm]			

	N_u [N]	y_c [cm]	ξ	M_{ug} [kNm]	T [N]
Testa	687814	9,75	0,24	396,07	239244
	464440	7,36	0,18	364,58	220932
	441668	7,28	0,18	360,87	218710
	N_u [N]	y_c [cm]	ξ	M_{ug} [kNm]	T [N]
Piede	732614	10,39	0,26	401,42	239244
	509240	7,52	0,19	371,86	220932
	486468	7,44	0,19	368,16	218710

PILASTRO 8-11

b:	80	[cm]	$A_s=A'_s$ in testa	17,78	[cm ²]
h:	40	[cm]	$A_s=A'_s$ al piede	17,78	[cm ²]
d':	3	[cm]			

	N_u [N]	y_c [cm]	ξ	M_{ug} [kNm]	T [N]
Testa	290059	6,45	0,16	250,95	152750
	196092	6,00	0,15	235,61	143566
	189028	5,96	0,15	234,46	142872
	N_u [N]	y_c [cm]	ξ	M_{ug} [kNm]	T [N]
Piede	334859	6,67	0,17	258,22	152750
	240892	6,22	0,16	242,94	143566
	233828	6,18	0,15	241,78	142872

PILASTRO 3-6

b:	40	[cm]	$A_s=A'_s$ in testa	12,70	[cm ²]
h:	50	[cm]	$A_s=A'_s$ al piede	12,70	[cm ²]
d':	3	[cm]			

	N_u [N]	y_c [cm]	ξ	M_{ug} [kNm]	T [N]
Testa	716783	20,33	0,41	305,55	184035
	712263	20,20	0,40	305,15	183805
	374401	10,62	0,21	262,33	158756
	N_u [N]	y_c [cm]	ξ	M_{ug} [kNm]	T [N]
Piede	744783	21,12	0,42	307,90	184035
	740263	20,99	0,42	307,53	183805
	402401	11,41	0,23	266,86	158756

PILASTRO 6-9

b:	40	[cm]	$A_s=A'_s$ in testa	15,24	[cm ²]
h:	50	[cm]	$A_s=A'_s$ al piede	15,24	[cm ²]
d':	3	[cm]			

	N_u [N]	y_c [cm]	ξ	M_{ug} [kNm]	T [N]
Testa	430709	12,21	0,24	308,19	186165
	414411	11,75	0,24	305,68	184689
	229663	8,32	0,17	271,12	164435
	N_u [N]	y_c [cm]	ξ	M_{ug} [kNm]	T [N]
Piede	458709	13,01	0,26	312,36	186165
	442411	12,55	0,25	309,95	184689
	257663	8,53	0,17	277,00	164435

PILASTRO 9-12

b:	40	[cm]	$A_s=A'_s$ in testa	10,16	[cm ²]
h:	50	[cm]	$A_s=A'_s$ al piede	10,16	[cm ²]
d':	3	[cm]			

	N_u [N]	y_c [cm]	ξ	M_{ug} [kNm]	T [N]
Testa	142562	7,19	0,14	179,38	109386
	129267	7,05	0,14	176,59	107714
	69557	6,41	0,13	163,99	100170
	N_u [N]	y_c [cm]	ξ	M_{ug} [kNm]	T [N]
Piede	170562	7,49	0,15	185,24	109386
	157267	7,35	0,15	182,46	107714
	97557	6,71	0,13	169,91	100170

8.3 Progetto e verifica armature a taglio

Anche per i pilastri, come per le travi, nelle strutture ad alta duttilità il taglio di progetto non è quello derivante dall'analisi, bensì quello ottenuto amplificando di un coefficiente di sovraresistenza, il taglio derivante dall'applicazione dei momenti

resistenti agli estremi del pilastro. Le considerazioni che andrebbero fatte e le formule da adottare, sono le stesse svolte a proposito del taglio nelle travi.

Per brevità si omette di riportare le dette formule, rimandando al §7.2 tenendo conto però, delle annotazioni che seguono:

- i momenti resistenti sono quelli agli estremi dei pilastri e non delle travi;
- non viene trascurato il contributo del calcestruzzo nella resistenza a taglio, valutabile mediante la seguente formula: $V_{cd} = 0.60 \cdot b_w \cdot d \cdot f_{ctd} \cdot \delta$;
- il taglio di progetto per le armature è dato dal massimo tra $V_d - V_{cd}$ e $0.5V_d$;
- a differenza della flessione, nella pressoflessione il coefficiente che tiene conto dello stato di sollecitazione normale della sezione è uguale a: $\delta = 1 + \frac{M_0}{M_{sdu}} \leq 2$,
dove M_0 è pari a $M_0 = N \cdot r_n$ con r_n raggio di nocciolo (per la sezione rettangolare $h/6$).

I tagli in valore assoluto, per ciascuna combinazione di carico, sono riportati nella tabella precedente relativa al calcolo dei momenti ultimi.

I limiti normativi sono i seguenti:

per una distanza pari alla maggiore tra:

- 45 cm;
- un sesto dell'altezza netta del pilastro;
- il lato maggiore della sezione trasversale;

il passo delle staffe deve rispettare le seguenti limitazioni:

- $s < d/4 = 11.75$ cm
- $s < 15$ cm
- $s < 6\phi_{\min\text{long}} = 10.8$ cm

All'allegato 1 della circolare del 10-04-97 si suggerisce inoltre che nelle parti intermedie del pilastro la distanza tra le staffe non deve superare i seguenti valori:

- 10 volte il diametro delle barre longitudinali che collegano;
- metà del lato minore della sezione trasversale;
- 25 cm.

Segue per ciascun pilastro il calcolo della staffatura:

PILASTRO 1-4

b:	40	[cm]	$A_s=A'_s$ in testa	12,70	[cm ²]
h:	50	[cm]	$A_s=A'_s$ al piede	12,70	[cm ²]
d':	3	[cm]			

Testa	Td	$A_s=A'_s$	r	ρ_1	Mo	d	V_{rd1}	V_{rd2}
	[N]	[cm ²]			[kNm]		[N]	[N]
	183974	12,70	1,13	0,0068	28,02	1,09	77566	731508
	Diametro	ω_s	n_b	V_{cd}	V_{sd}	s	S_{reale}	
	[mm]	[cm ²]		[N]	[N]	[cm]	[cm]	
	10	0,78	2	123146	91987	23,70	18	

Piede	Td	$A_s=A'_s$	r	ρ_1	Mo	d	V_{rd1}	V_{rd2}
	[N]	[cm ²]			[kNm]		[N]	[N]
	183974	12,70	1,13	0,0068	30,35	1,10	78054	731508
	Diametro	ω_s	n_b	V_{cd}	V_{sd}	s	S_{reale}	
	[mm]	[cm ²]		[N]	[N]	[cm]	[cm]	
	10	0,78	2	123922	91987	23,70	18	

PILASTRO 4-7

b:	40	[cm]	$A_s=A'_s$ in testa	15,24	[cm ²]
h:	50	[cm]	$A_s=A'_s$ al piede	15,24	[cm ²]
d':	3	[cm]			

Testa	Td	$A_s=A'_s$	r	ρ_1	Mo	d	V_{rd1}	V_{rd2}
	[N]	[cm ²]			[kNm]		[N]	[N]
	184706	15,24	1,13	0,0081	17,26	1,06	78849	731508
	Diametro	ω_s	n_b	V_{cd}	V_{sd}	s	S_{reale}	
	[mm]	[cm ²]		[N]	[N]	[cm]	[cm]	
	10	0,78	2	119167	92353	23,61	18	

Piede	Td	$A_s=A'_s$	r	ρ_1	Mo	d	V_{rd1}	V_{rd2}
	[N]	[cm ²]			[kNm]		[N]	[N]
	184706	15,24	1,13	0,0081	19,59	1,06	79353	731508
	Diametro	ω_s	n_b	V_{cd}	V_{sd}	s	S_{reale}	
	[mm]	[cm ²]		[N]	[N]	[cm]	[cm]	
	10	0,78	2	119928	92353	23,61	18	

PILASTRO 7-10

b:	40	[cm]	$A_s=A'_s$ in testa	10,16	[cm ²]
h:	50	[cm]	$A_s=A'_s$ al piede	10,16	[cm ²]
d':	3	[cm]			

Testa	Td	$A_s=A'_s$	r	ρ_1	Mo	d	V_{rd1}	V_{rd2}
	[N]	[cm ²]			[kNm]		[N]	[N]
	108324	10,16	1,13	0,0054	5,06	1,03	69382	731508
	Diametro	ω_s	n_b	V_{cd}	V_{sd}	s	S_{reale}	
	[mm]	[cm ²]		[N]	[N]	[cm]	[cm]	
	10	0,78	2	116012	54162	40,25	18	

Piede	Td	$A_s=A'_s$	r	ρ_1	Mo	d	V_{rd1}	V_{rd2}
	[N]	[cm ²]			[kNm]		[N]	[N]
	108324	10,16	1,13	0,0054	7,39	1,04	70179	731508
	Diametro	ω_s	n_b	V_{cd}	V_{sd}	s	S_{reale}	
	[mm]	[cm ²]		[N]	[N]	[cm]	[cm]	
	10	0,78	2	117344	54162	40,25	18	

PILASTRO 2-5

b:	80	[cm]	$A_s=A'_s$ in testa	17,78	[cm ²]
h:	40	[cm]	$A_s=A'_s$ al piede	17,78	[cm ²]
d':	3	[cm]			

Testa	Td	$A_s=A'_s$	r	ρ_1	Mo	d	V_{rd1}	V_{rd2}
	[N]	[cm ²]			[kNm]		[N]	[N]
	211215	17,78	1,23	0,0060	46,39	1,13	134026	1151736
	Diametro	ω_s	n_b	V_{cd}	V_{sd}	s	S_{reale}	
	[mm]	[cm ²]		[N]	[N]	[cm]	[cm]	
	10	0,78	2	201113	105607	16,25	14	

Piede	Td	$A_s=A'_s$	r	ρ_1	Mo	d	V_{rd1}	V_{rd2}
	[N]	[cm ²]			[kNm]		[N]	[N]
	211215	17,78	1,23	0,0060	49,37	1,14	134879	1151736
	Diametro	ω_s	n_b	V_{cd}	V_{sd}	s	S_{reale}	
	[mm]	[cm ²]		[N]	[N]	[cm]	[cm]	
	10	0,78	2	202393	105607	16,25	14	

PILASTRO 5-8

b:	80	[cm]	$A_s=A'_s$ in testa	25,40	[cm ²]
h:	40	[cm]	$A_s=A'_s$ al piede	25,40	[cm ²]
d':	3	[cm]			

Testa	Td	$A_s=A'_s$	r	ρ_1	Mo	d	V_{rd1}	V_{rd2}
	[N]	[cm ²]			[kNm]		[N]	[N]
	239244	25,40	1,23	0,0086	29,44	1,07	139742	1151736
	Diametro	ω_s	n_b	V_{cd}	V_{sd}	s	S_{reale}	
	[mm]	[cm ²]		[N]	[N]	[cm]	[cm]	
	10	0,78	2	190803	119622	14,35	14	

Piede	Td	$A_s=A'_s$	r	ρ_1	Mo	d	V_{rd1}	V_{rd2}
	[N]	[cm ²]			[kNm]		[N]	[N]
	239244	25,40	1,23	0,0086	32,43	1,08	140581	1151736
	Diametro	ω_s	n_b	V_{cd}	V_{sd}	s	S_{reale}	
	[mm]	[cm ²]		[N]	[N]	[cm]	[cm]	
	10	0,78	2	191949	119622	14,35	14	

PILASTRO 8-11

b:	80	[cm]	$A_s=A'_s$ in testa	17,78	[cm ²]
h:	40	[cm]	$A_s=A'_s$ al piede	17,78	[cm ²]
d':	3	[cm]			

Testa	Td	$A_s=A'_s$	r	ρ_1	Mo	d	V_{rd1}	V_{rd2}
	[N]	[cm ²]			[kNm]		[N]	[N]
	152750	17,78	1,23	0,0060	12,60	1,05	124300	1151736
	Diametro	ω_s	n_b	V_{cd}	V_{sd}	s	S_{reale}	
	[mm]	[cm ²]		[N]	[N]	[cm]	[cm]	
	10	0,78	2	186519	76375	22,47	18	

Piede	Td	$A_s=A'_s$	r	ρ_1	Mo	d	V_{rd1}	V_{rd2}
	[N]	[cm ²]			[kNm]		[N]	[N]
	152750	17,78	1,23	0,0060	15,59	1,06	125502	1151736
	Diametro	ω_s	n_b	V_{cd}	V_{sd}	s	S_{reale}	
	[mm]	[cm ²]		[N]	[N]	[cm]	[cm]	
	10	0,78	2	188322	76375	22,47	18	

PILASTRO 3-6

b:	40	[cm]	$A_s=A'_s$ in testa	12,70	[cm ²]
h:	50	[cm]	$A_s=A'_s$ al piede	12,70	[cm ²]
d':	3	[cm]			

Testa	Td	$A_s=A'_s$	r	ρ_1	Mo	d	V_{rd1}	V_{rd2}
	[N]	[cm ²]			[kNm]		[N]	[N]
	184035	12,70	1,13	0,0068	31,20	1,10	78304	731508
	Diametro	ω_s	n_b	V_{cd}	V_{sd}	s	S_{reale}	
	[mm]	[cm ²]		[N]	[N]	[cm]	[cm]	
	10	0,78	2	124318	92017	23,69	18	

Piede	Td	$A_s=A'_s$	r	ρ_1	Mo	d	V_{rd1}	V_{rd2}
	[N]	[cm ²]			[kNm]		[N]	[N]
	184035	12,70	1,13	0,0068	33,53	1,11	78787	731508
	Diametro	ω_s	n_b	V_{cd}	V_{sd}	s	S_{reale}	
	[mm]	[cm ²]		[N]	[N]	[cm]	[cm]	
	10	0,78	2	125085	92017	23,69	18	

PILASTRO 6-9

b:	40	[cm]	$A_s=A'_s$ in testa	15,24	[cm ²]
h:	50	[cm]	$A_s=A'_s$ al piede	15,24	[cm ²]
d':	3	[cm]			

Testa	Td	$A_s=A'_s$	r	ρ_1	Mo	d	V_{rd1}	V_{rd2}
	[N]	[cm ²]			[kNm]		[N]	[N]
	186165	15,24	1,13	0,0081	19,14	1,06	79271	731508
	Diametro	ω_s	n_b	V_{cd}	V_{sd}	s	S_{reale}	
	[mm]	[cm ²]		[N]	[N]	[cm]	[cm]	
	10	0,78	2	119805	93083	23,42	18	

Piede	Td	$A_s=A'_s$	r	ρ_1	Mo	d	V_{rd1}	V_{rd2}
	[N]	[cm ²]			[kNm]		[N]	[N]
	186165	15,24	1,13	0,0081	21,47	1,07	79767	731508
	Diametro	ω_s	n_b	V_{cd}	V_{sd}	s	S_{reale}	
	[mm]	[cm ²]		[N]	[N]	[cm]	[cm]	
	10	0,78	2	120554	93083	23,42	18	

PILASTRO 9-12

b:	40	[cm]	$A_s=A'_s$ in testa	10,16	[cm ²]
h:	50	[cm]	$A_s=A'_s$ al piede	10,16	[cm ²]
d':	3	[cm]			

Testa	Td	$A_s=A'_s$	r	ρ_1	Mo	d	V_{rd1}	V_{rd2}
	[N]	[cm ²]			[kNm]		[N]	[N]
	109386	10,16	1,13	0,0054	5,80	1,03	69641	731508
	Diametro	ω_s	n_b	V_{cd}	V_{sd}	s	S_{reale}	
	[mm]	[cm ²]		[N]	[N]	[cm]	[cm]	
	10	0,78	2	116445	54693	39,86	18	

Piede	Td	$A_s=A'_s$	r	ρ_1	Mo	d	V_{rd1}	V_{rd2}
	[N]	[cm ²]			[kNm]		[N]	[N]
	109386	10,16	1,13	0,0054	8,13	1,04	70422	731508
	Diametro	ω_s	n_b	V_{cd}	V_{sd}	s	S_{reale}	
	[mm]	[cm ²]		[N]	[N]	[cm]	[cm]	
	10	0,78	2	117751	54693	39,86	18	

8.4 Verifica nodo trave pilastro

La norma prescrive, oltre alle precedenti verifiche, anche quella di resistenza del nodo, questa si ritiene automaticamente verificata se esso è interamente confinato. Per nodi non confinati, dalla seguente relazione regolamentare:

$$\frac{n_{st} \cdot A_{st}}{i \cdot b} \geq 0.15 \cdot \frac{R_{ck}}{f_y} \Rightarrow i = \frac{n_{st} \cdot A_{st} \cdot f_y}{0.15 \cdot b \cdot R_{ck}}$$

è possibile stabilire i, il passo minimo delle staffe nei nodi.

Nella precedente relazione si è indicato:

- n_{st} il numero di braccia delle staffe orizzontali;
- A_{st} è l'area della singola barra;
- b è la larghezza utile del nodo.

Fissato $n_{st}=4$ e $\Phi_{st}=10$;

è stato ottenuto:

- $i_{max}= 6.73$ cm per $b_w=47$ cm scegliendo quindi un passo pari a 6 cm;
- $i_{max}= 8.54$ cm per $b_w=77$ cm scegliendo quindi un passo pari a 8 cm;

per maggiore chiarezza si rimanda ai grafici allegati.