UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI SALERNO
FACOLTÀ DI INGEGNERIA

Laurea Specialistica in Ingegneria Civile

Corso di Tecnica delle Costruzioni II

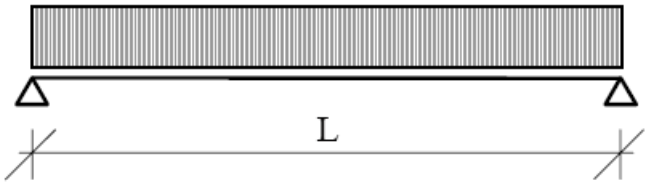
Prof. Ing. Ciro Faella
Dott. Ing. Enzo Martinelli

A.A. 2005/06

Allievo 1: *Di Costanzo Ida* Matricola 1:_____/_____

Allievo 2: *Lima Carmine* Matricola 2:_____/_____

Progetto Trave in C.A.P.



$L = 20.0 + (N_1+C_1) - 0.50\,(N_2+C_2)$ [m] *=27,5 m*

$q_k = 18.0 + 0.50\,(N_2+C_2) - 0.25\,(N_1+C_1)$ [kN/m] *=20.25 kN/m*

$g_k' = 3.0$ kN/m^2

$i = 2.0 + 0.05\,(C_1-C_2)$ [m] *=2,3 m*

Matricole entrambe pari

Tipologia n.1: Sistema di Precompressione: **Armatura pre-tesa**

Premessa

La seguente esercitazione progettuale ha come obiettivo lo studio di una trave da ponte in C.A.P. realizzata con armatura pre-tesa.

Caratteristiche dei materiali

- Calcestruzzo $R_{ck} = 55$ MPa;
- Acciaio FeB 44 k;
- j = numero di giorni dal getto in cui si effettua il tiro < 14gg;
- $R_{ckj} = 0,75\ R_{ck}$;
- $E_c = 34161,84$ MPa;
- $E_p = 195000$ MPa;
- Trefoli da precompressione da ½'';
- $A_s = 92,9\ mm^2$;
- $\sigma_{spi} = 1200$ MPa;
- $f_{ptk} = 1900$ MPa;

Essendo generalmente le sezioni non parzializzate in condizioni di tiro e di esercizio,si definiscono tensioni ammissibili sia in compressione (σ_{co}, σ_{c1}) che in trazione (σ_{cot}, σ_{c1t}). Esse valgono, in accordo con la vigente normativa nazionale:

- condizioni di tiro: $\boldsymbol{\sigma_{co}} = 0,48\ R_{ckj} = \mathbf{19,8}$ **MPa**

  $\boldsymbol{\sigma_{co,t}} = -0,08\ R_{ckj} = \mathbf{-3,3}$ **MPa**
- condizioni di esercizio: $\boldsymbol{\sigma_{c1}} = 0,38\ R_{ck} = \mathbf{20,9}$ **MPa**

  $\boldsymbol{\sigma_{c1,t}} = -0,06\ R_{ck} = \mathbf{-3,3}$ **MPa**

Per lo studio della trave da ponte in C.A.P. si adotterà:

$g'_k = 6,9$ kN/m

$H = L/16 = 2750/16 = 172$ cm $\longrightarrow$ H = 180 cm

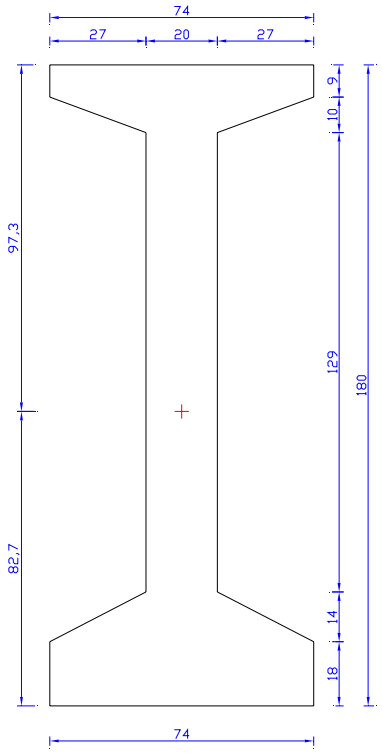
Predimensionamento

Calcolata l'altezza (ottenuta fissando un rapporto tra la luce della trave e la sua altezza non superiore a 16) attraverso un sagomario si sceglie la sezione rappresentativa della trave da ponte.

Poiché sul sagomario non si dispone di un'altezza H = 1,72 m si arrotonda per eccesso considerando un profilo serie ***ALFA A 180 n 20*** con **H = *180* cm.**

Si riportano di seguito le altre caratteristiche statico geometriche che caratterizzano il profilo:

Sezione corrente



H	*180*	[cm]
B_i	*74*	[cm]
s	*20*	[cm]
B_s	*74*	[cm]
Peso	*14,27*	[kN/m]
Cassero	*5,04*	[m²/m]
Area	*5706*	[cm²]
y_G	*82,7*	[cm]
J	*22723480*	[cm⁴]
W_s	*233537*	[cm³]
W_i	*274774*	[cm³]

Analisi dei carichi e calcolo delle sollecitazioni

Note le dimensioni geometriche dell'elemento si può completare l'analisi dei carichi:

- $q_k = 20,25$ kN/m
- $g'_k = 6,9$ kN/m
- $g_k = 14,27$ kN/m
- $q = q_k + g'_k + g_k = 41,42$ kN/m

Determinazione delle sollecitazioni flettenti:

TIRO: $$M_{\min} = \frac{g_k . l^2}{8} = \frac{14{,}27\, {}^{kN}\!/_{m} \cdot 27{,}5^2\ m^2}{8} = 1348{,}96 \text{ kNm}$$

ESERCIZIO: $$M_{\max} = \frac{(g_k + g'k + qk).l^2}{8} = \frac{(14{,}27 + 6{,}9 + 20{,}25)\, {}^{kN}\!/_{m} \cdot 27{,}5^2\ m^2}{8} = 3915{,}48 \text{ kN/m}$$

Per il calcolo dello sforzo di precompressione, invece, si possono seguire due strade:

- Analitica
- Grafica

Entrambe le procedure sono finalizzate al soddisfacimento delle verifiche tensionali al lembo superiore ed inferiore in condizioni di tiro e di esercizio.
Qui di seguito si riporteranno entrambe le procedure.

Determinazione sforzo di precompressione

- *Procedura analitica*

Le verifiche tensionali si traducono analiticamente nella scrittura di quattro disequazioni (due per ogni condizione di carico) dalle quali, assumendo e=$y_{G,inf}$-d'=82.7-15.0=67.7 cm:

$$N \le \frac{\left({}^{M_{\min}}\!/_{W_s} - \overline{\sigma}_{co,t} \right)}{{}^{A \cdot e}\!/_{W_s} - 1} . \frac{A}{\beta} = N_1 = \frac{{}^{1348{,}96}\!/_{0{,}233537} - (-3300)\, {}^{kN}\!/_{m^2}}{\left(\frac{0{,}5706 \cdot 0{,}677}{0{,}233537} \right) - 1\ m^2} \cdot \frac{0{,}5706}{1{,}25} = 6328{,}37 kN$$

$$N \le \frac{\left(\overline{\sigma_{co,t}} + {}^{M_{\min}}\!/_{W_i} \right)}{1 + {}^{A \cdot e}\!/_{W_i}} . \frac{A}{\beta} = N_2 = \frac{19800 + (1349{,}96 / 0{,}274774)\, {}^{kN}\!/_{mq}}{\left(1 + \frac{0{,}5706 \cdot 0{,}677}{0{,}274774} \right) mq} . \frac{0{,}5706}{1{,}25} = 4683{,}06 kN$$

$$N \ge \frac{\left({}^{M_{max}}\!/_{W_s} - \overline{\sigma}_{c1} \right)}{{}^{A \cdot e}\!/_{W_s} - 1} . A = N_3 = \frac{\left({}^{3915{,}48}\!/_{0{,}233537} \right) - 20900\, {}^{kN}\!/_{mq}}{\left(\frac{0{,}5706 \cdot 0{,}677}{0{,}233537} - 1 \right) mq} . 0{,}5706 = -3606{,}83 kN$$

$$N \ge \frac{\left(\overline{\sigma}_{c1,t} + {}^{M_{\max}}\!/_{W_i} \right)}{1 + {}^{A \cdot e}\!/_{W_i}} . A = N_4 = \frac{-3300 + (3915{,}48 / 0{,}274774)\, {}^{kN}\!/_{mq}}{\left(1 + \frac{0{,}5706 \cdot 0{,}677}{0{,}274774} \right) mq} . 0{,}5706 = 2596{,}83 kN$$

Essendo:

$\beta = 1,25$

$$N = \frac{(M_{\max} / Wi)}{1/A + e/Wi} = \frac{(3915,48 / 0,27747)\, kN/m^2}{\left(\frac{1}{0,5706} + \frac{0,677}{0,274774}\right) m^2} = 3379,14 kN$$

$$\text{No} = \beta \cdot N = 1,25 \cdot 3379,14 = 4223,93 kN$$

Noto N_o si passa al calcolo del numero dei trefoli secondo la relazione seguente:

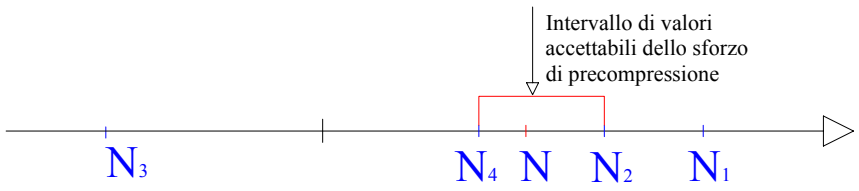
$$n = \frac{N_0}{A_s \cdot \sigma_{spi}} = \frac{4223,93 kN}{\left(\frac{92,9}{1000} \cdot 1200\right) kN} = 37,89$$

In tali relazioni si osserva che per sforzo di precompressione esterno al nocciolo la condizione di tiro fornisce un limite inferiore, mentre la condizione di esercizio fornisce un estremo superiore. Si considereranno pertanto i seguenti valori:

min (N_1 ; N_2) = min (6328,37 kN ; 4683,06 kN) = 4683,06 kN

max (N_3 ; N_4) = max (-3606,83 kN ; 2596,83 kN) = 2596,83 kN

Intervallo di progetto dello sforzo di precompressione



Come si evince dal grafico sopra riportato lo sforzo di precompressione N rientra nell'intervallo di valori accettabili dello sforzo di precompressione.

- *Procedura grafica*

Le quattro disequazioni sopra riportate possono essere rappresentate in forma grafica sul piano (e, 1/N) attraverso il diagramma di Magnel.

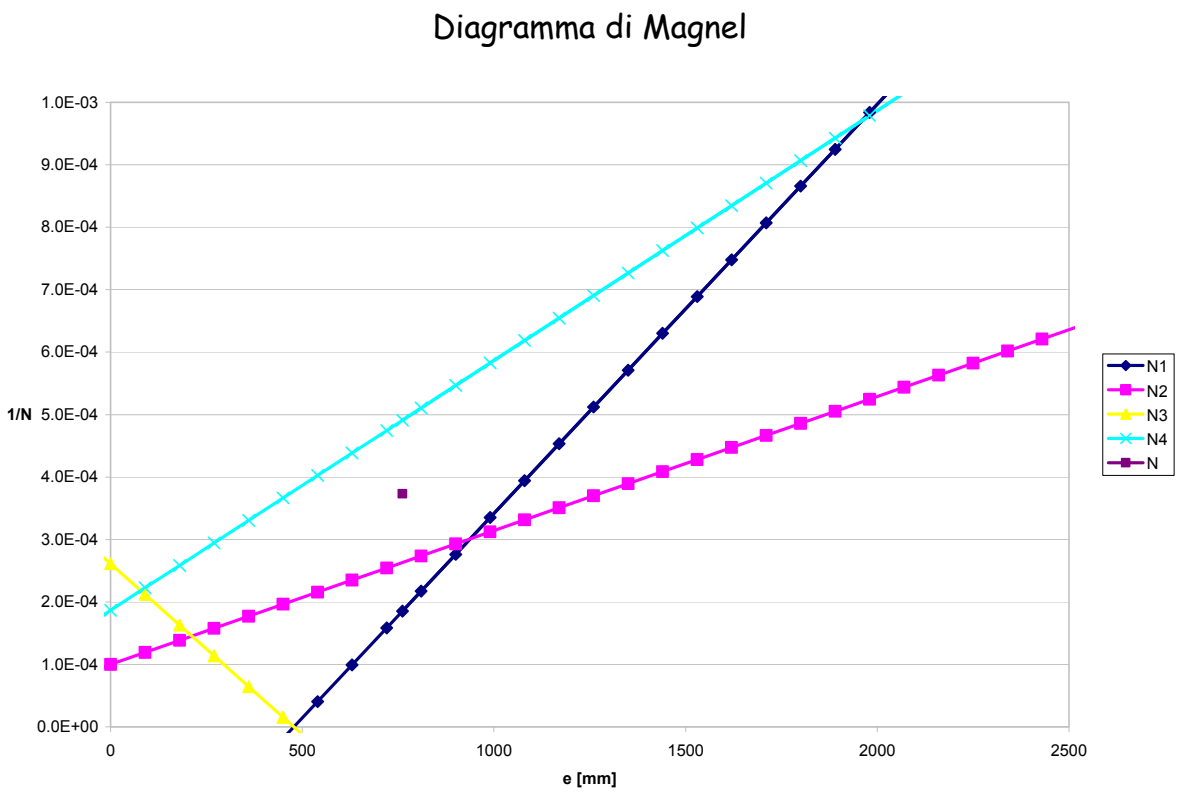
Le disequazioni sono lineari rispetto alle due variabili così che ne derivano quattro rette che identificano il dominio delle possibili coppie eccentricità - sforzo di precompressione.

$$\frac{1}{N} \geq \frac{\beta \cdot (A \cdot e / W_s - 1)}{A\left(M_{\min} / W_s - \overline{\sigma}_{co,t}\right)} \qquad e = \frac{W_s}{A}$$

$$\frac{1}{N} \geq \frac{\beta \cdot (1 + A \cdot e / W_i)}{A\left(\overline{\sigma}_{co} + M_{\min} / W_i\right)} \qquad e = -\frac{W_i}{A}$$

$$\frac{1}{N} \geq \frac{(A \cdot e / W_s - 1)}{A\left(M_{\max} / W_s - \overline{\sigma}_{c1}\right)} \qquad e = \frac{W_s}{A}$$

$$\frac{1}{N} \geq \frac{(1 + A \cdot e / W_i)}{A\left(\overline{\sigma}_{c1,t} + M_{\max} / W_i\right)} \qquad e = -\frac{W_i}{A}$$



Dal seguente grafico notiamo come la soluzione scelta ricade all'interno del dominio di ammissibilità delle combinazioni eccentricità - sforzo normale.

Disposizione dei Trefoli

Nocciolo limite e fuso di Guyon

Il nocciolo limite della sezione rappresenta il luogo dei punti nei quali il centro di pressione può stazionare senza che vengano superate le tensioni ammissibili del calcestruzzo in compressione ed in trazione. Tale nocciolo viene definito in analogia al nocciolo centrale d'inerzia con lo scopo di avere uno strumento utile nella progettazione dell'andamento delle armature da precompressione. Prima di passare alla verifica preliminare della sezione di mezzeria in fase di tiro e di esercizio si definisce il valore dell'eccentricità' $\overline{\overline{e}}$ ed il valore di N_o che saranno utilizzati nelle suddette verifiche :

$$\overline{\overline{e}} = \frac{\sum_{i=1}^{n} N_{0,i} \cdot e_i}{\sum_{i=1}^{n} N_{0,i}} = 64{,}65cm$$

Risultando:

e_i = eccentricità del singolo trefolo

$$N_0 = \sum_{i=1}^{ntr} \sigma_{spi} . A_{tr} = 4570{,}68kN$$

I trefoli vengono disposti per file sulla base inferiore e superiore. La disposizione dei trefoli sulla base superiore, infatti, garantisce una maggiore diffusione dell'azione di precompressione.

Verifica preliminare della sezione di mezzeria

- TIRO

$$\overline{\sigma}_{co,s} = \frac{N_o}{A} + \frac{N_o \overline{\overline{e}}}{W_s} + \frac{M_{\min}}{W_s} = 1{,}13 \, N/mm^2 \geq \overline{\sigma}_{co,t} = -0{,}08 R_{ckj} = -3{,}30 \, N/mm^2$$

$$\overline{\sigma}_{co,i} = \frac{N_o}{A} + \frac{N_0 \overline{\overline{e}}}{W_i} - \frac{M_{\min}}{Wi} = 13{,}85 \, N/mm^2 \leq \overline{\sigma}_{co} = 0{,}48 R_{ckj} = 19{,}80 \, N/mm^2$$

- ESERCIZIO

$$\bar{\sigma}_{c1,i} = \frac{N}{A} + \frac{N\bar{\bar{e}}}{W_i} - \frac{M_{\max}}{Wi} = -0{,}38\, N/mm^2 \geq \bar{\sigma}_{c1,t} = -0{,}06 R_{ckj} = -3{,}30\, N/mm^2$$

$$\bar{\sigma}_{c1,s} = \frac{N}{A} - \frac{N\bar{\bar{e}}}{W_i} + \frac{M_{\max}}{Wi} = 12{,}05\, N/mm^2 \leq \bar{\sigma}_{c1} = 0{,}38 R_{ckj} = 20{,}90\, N/mm^2$$

Nocciolo geometrico

$$e_{ni} = \frac{\rho^2}{y_s} = \frac{I}{A \cdot y_s} = \frac{W_s}{A} = 40{,}928 \text{ cm}$$

$$e_{ns} = \frac{\rho^2}{y_i} = \frac{I}{A \cdot y_i} = \frac{W_i}{A} = 48{,}155 \text{ cm}$$

Nocciolo limite

- TIRO

$$\sigma_{co,m} = \frac{\beta \cdot N}{A} = 8{,}01 \text{ N/mm}^2$$

$$e'_o = e_{ns}\left(\frac{\sigma_{co}}{\sigma_{com}} - 1\right) = 70{,}87 \text{ cm}$$

$$e''_o = e_{ni}\left(1 - \frac{\sigma_{co,t}}{\sigma_{com}}\right) = 57{,}79 \text{ cm}$$

$e_o = \min(e'_o\,; e''_o) =$ raggio inferiore nocciolo limite = 57,79 cm

- ESERCIZIO

$$\sigma_{c1,m} = \frac{N}{A} = 6{,}41 \text{ N/mm}^2$$

$$e'_1 = e_{ni}\left(\frac{\sigma_{c1}}{\sigma_{c1m}} - 1\right) = 92{,}56 \text{ cm}$$

$$e''_1 = e_{ns}\left(1 - \frac{\sigma_{c1,t}}{\sigma_{c1m}}\right) = 72{,}95 \text{ cm}$$

$e_1 = \min(e'_1\,; e''_1) =$ raggio superiore nocciolo limite = 72,95 cm

Fuso di Guyon

Il fuso di Guyon permette di individuare un dominio di possibile disposizione del cavo risultante delimitato da due curve di equazione:

$$e_1(z) = -e_i + \frac{M_{max}(z)}{N} = -e_1 + d''$$

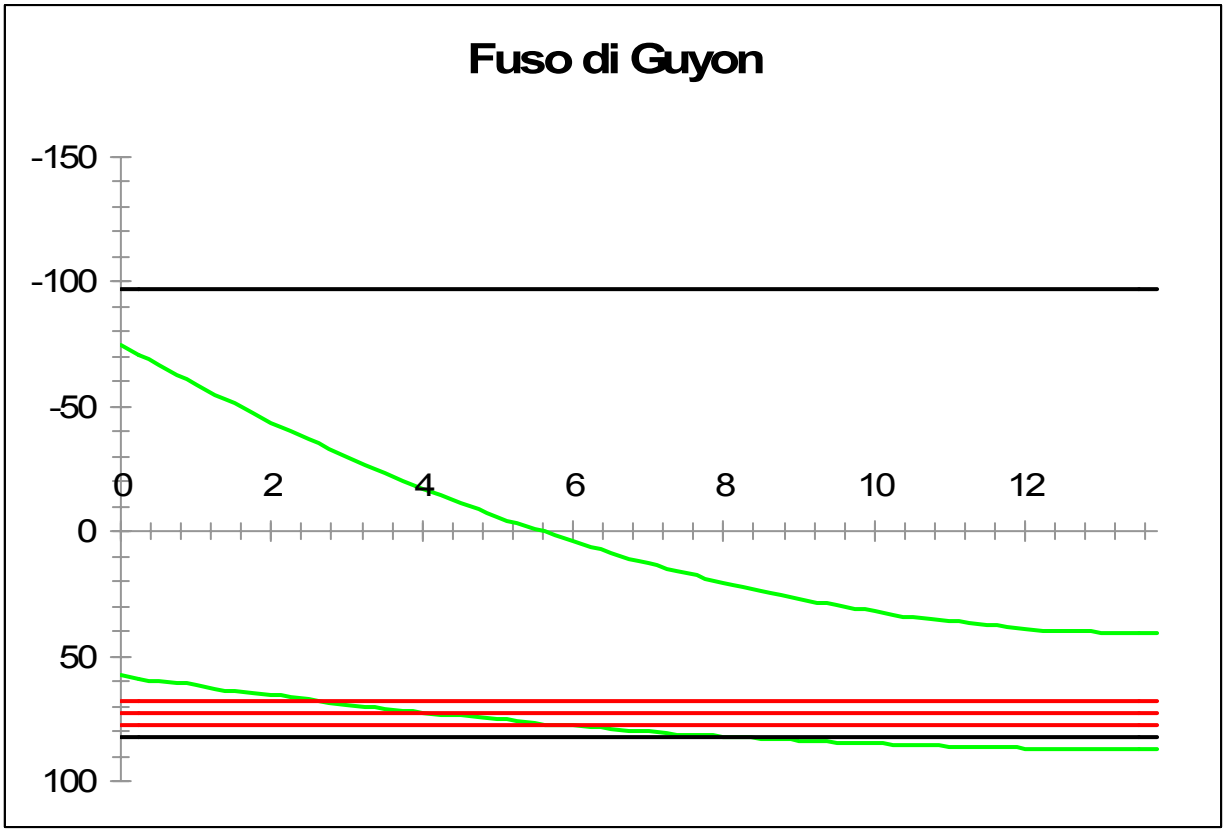
$$e_0(z) = e_0 + \frac{M_{min}(z)}{\beta \cdot N} = e_0 + d'$$

Deve risultare:

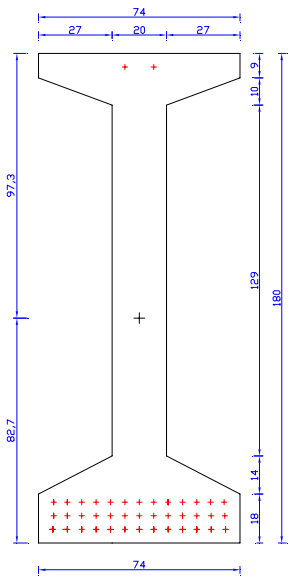
$$e(z) - d' \leq e_0$$

$$e(z) - d'' \geq -e_1$$

Infatti, se il cavo è compreso tra queste due curve, risultano rispettate tutte le disequazioni di verifica riportate precedentemente.

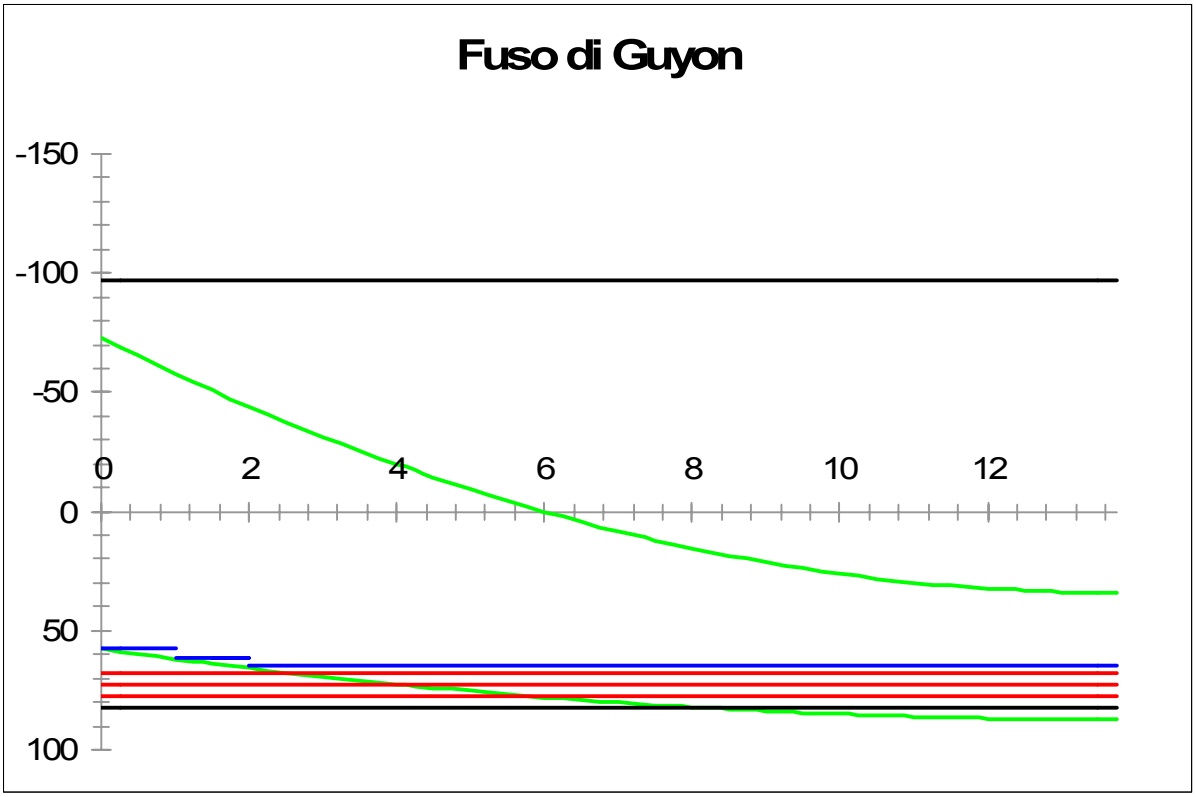


Disposizione dei trefoli



Affinché il cavo risultante rientri nel fuso di Guyon si rende necessario inguainare determinati trefoli per determinate lunghezze. In particolare risulterà:

- *Da z=0 a z=1m* **la fila inferiore e sei della seconda fila => e=57,01 cm**
- *Da z=1 a z=2 m* **8 trefoli della fila inferiore => e=61,49 cm**



In blu viene riportato il cavo risultante.

Calcolo dell'armatura dolce

Per il calcolo dell'armatura dolce si terrà conto della condizione di tiro per il progetto di quella che andrà a collocarsi nella parte superiore, mentre per l'armatura inferiore interessa conoscere lo stato sollecitativo indotto dalle condizioni di esercizio. In particolare le tensioni risultano essere:

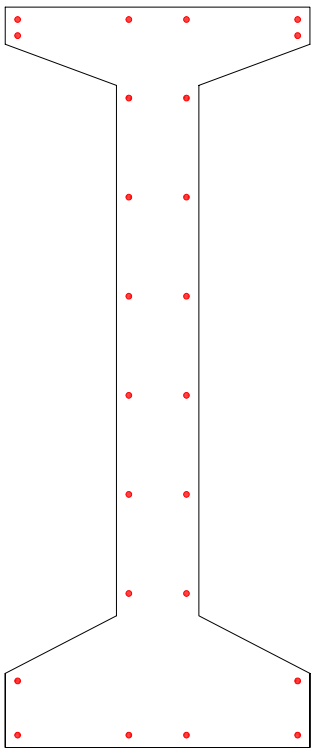
- *Tiro*

$$\bar{\sigma}_{co,s} = \frac{N_o}{A} - \frac{N_o \cdot e}{W_s} + \frac{M_{min}}{W_s} = 1{,}13MPa < 0{,}04R_{ckj} = 1{,}65MPa$$

- *Esercizio*

$$\bar{\sigma}_{c1,i} = \frac{N}{A} + \frac{N \cdot e}{W_i} - \frac{M_{max}}{W_i} = 0{,}76MPa < 0{,}03R_{ck} = 1{,}65MPa$$

Essendo le tensioni inferiori ai limiti sopra indicati non si ritiene necessario un dimensionamento specifico dell'armatura, ma saranno predisposti i minimi normativi e tecnici richiesti per la realizzazione dell'elemento. In particolare per l'intera luce della trave saranno disposti dei ferri Φ14 classe FeB38k ad interasse non superiore ai 30 cm come mostrato dalla seguente figura:



In tal modo la trave risulta armata con 24 Φ 14 per un'area totale pari a: 36,72 cm^2.

Cadute di tensione

Perdite di tensione per deformazione elastica

Lo sforzo N_o non sarà mai applicato interamente alla trave, infatti all'atto del taglio dei cavi la trave in calcestruzzo (con armatura dolce omogeneizzata) subisce una deformazione elastica stimabile in un accorciamento δ che, in condizioni ipotetiche di sforzo centrato, fa si che alla trave sia applicato uno sforzo normale $N_d = N_o - \Delta N$ (cfr. Faella Vol 1B)

Piuttosto che riferirsi allo sforzo di precompressione al disarmo, si può continuare a considerare lo sforzo in condizione di tiro N_0 a patto di far riferimento alla sezione omogeneizzata tenendo conto sia dell'armatura lenta che dell'armatura di precompressione. I calcoli che seguono, dunque, sono effettuati tenendo conto di nuovi valori di A, I_G, W_i e W_s calcolati omogeneizzando come detto sopra.

Cadute di tensione per effetti differiti

Ritiro del cls

Considerando che alla trave in oggetto lo sforzo di precompressione verrà applicato prima del raggiungimento del 14-esimo giorno di maturazione (per la pretensione in genere dopo 2-3 giorni), si assume da normativa un valore della deformazione da ritiro pari a:

$\varepsilon_r = 0{,}00030$.

Sulla base di tale assunzione la perdita di tensione per tale effetto assume il seguente valore:

$$\Delta\sigma_r = \varepsilon_r \cdot E_s = 0{,}00030 \cdot 195000 = 58{,}5 \text{ MPa}$$

Fluage del cls

La fibra di calcestruzzo posta a distanza e_i dal baricentro (ed in corrispondenza del j-esimo trefolo) è sottoposta alla seguente tensione per effetto dei carichi permanenti:

$$\sigma_{c,i} = \frac{N_o}{A} + \frac{N_o \cdot e \cdot e_i}{I} - \frac{M^* \cdot e_i}{I}$$

Dove M* è il momento per carichi permanenti nella sezione di interesse, che per una trave da ponte vale:

$$M^* = \frac{(g_k + g'_k) \cdot z}{2} * (l - z)$$

La deformazione viscosa dovuta a tale tensione viene quindi determinata come:

$$\varepsilon_{v,i} = 2{,}3 \cdot \sigma_{c,i} / E_c$$

La quale comporta una caduta di tensione nei trefoli pari a:

$$\Delta\sigma_{v,i} = E_p \cdot \varepsilon_{v,i}$$

Rilassamento dell'acciaio

Se l'armatura da pretensione viene inizialmente sollecitata a livelli superiori al 50% della tensione di rottura ($\sigma_{spi} > 0.5 f_{ptk}$), si osserva che, a deformazione imposta costante, la tensione si riduce nel tempo.

Per la contemporanea presenza di ritiro e fluage le armature di precompressione non hanno una deformazione imposta costante; pertanto la caduta di tensione per rilassamento risulta minore e valutabile come segue:

$$\Delta\sigma'_{ril} = \left[1 - 2{,}5 \div \left(\frac{\Delta\sigma_r + \Delta_v}{\sigma'_{spi}}\right)\right] \cdot \Delta\sigma_{ril}$$

In cui σ'_{spi} è depurata delle caduta per deformazione elastica, mentre $\Delta\sigma_{ril}$ è ottenibile come segue:

$$\Delta\sigma_{ril} = 16 * \left(\frac{\sigma_{spi}}{f_{ptk}} - 0{,}5\right)^2 \cdot K \cdot \sigma_{spi} = 39{,}12 \text{ MPa}$$

con K = 0,18 nel caso dei trefoli.

Eseguendo quindi i calcoli per le varie file di trefoli e nelle sezioni significative della trave (all'appoggio, ad 1 m, a 2 m, in mezzeria e a metà strada tra mezzeria e sezione a 2 m dall'appoggio), e valutando le cadute di tensione totali pari a:

$$\Delta\sigma'_{tot} = \Delta\sigma_r + \Delta\sigma_{v,i} + \Delta\sigma'_{ril}$$

è possibile ottenere la variazione di sforzo normale nelle da cui si determina il coefficiente β che realmente si ha per la trave in esame.

Dall'analisi si ottiene la seguente tabella:

z	e	e_i	M*	$\sigma_{c,i}$	$\varepsilon_{v,i}$	$\Delta\sigma_{v,i}$	$\Delta\sigma_{ril}$	$\Delta\sigma'_{ril}$	$\Delta\sigma'_{tot}$	ΔN		β
m	cm	cm	Nmm	MPa		MPa	MPa	MPa	MPa	kN	ΔN_{tot}	
0	57.01	77.7	0	16.92	0.00114	222.14	39.18	15.38	296.02	357.50	kN	1.30
	57.01	72.7	0	16.35	0.00110	214.61		16.01	289.13	349.18	1059.00	
	57.01	67.7	0	15.77	0.00106	207.09		16.65	282.24	340.86		
	57.01	-92.3	0	-2.57	-0.00017	-33.79		37.03	61.73	11.47		
1	61.69	77.7	280.50	17.65	0.00119	231.74		14.56	304.81	368.12		1.31
	61.69	72.7	280.50	17.03	0.00115	223.60		15.25	297.35	359.11	1086.86	
	61.69	67.7	280.50	16.41	0.00110	215.45		15.94	289.89	350.11		
	61.69	-92.3	280.50	-3.44	-0.00023	-45.20		37.99	51.29	9.53		
2	64.65	77.7	539.84	18.11	0.00122	237.82		14.05	310.37	374.83		1.32
	64.65	72.7	539.84	17.46	0.00118	229.28		14.77	302.55	365.39	1104.48	
	64.65	67.7	539.84	16.81	0.00113	220.75		15.49	294.74	355.96		
	64.65	-92.3	539.84	-3.99	-0.00027	-52.41		38.60	44.69	8.30		
13.75	64.65	77.7	2001.23	18.11	0.00122	237.82		14.05	310.37	374.83		1.32
	64.65	72.7	2001.23	17.46	0.00118	229.28		14.77	302.55	365.39	1104.48	
	64.65	67.7	2001.23	16.81	0.00113	220.75		15.49	294.74	355.96		
	64.65	-92.3	2001.23	-3.99	-0.00027	-52.41		38.60	44.69	8.30		
7.875	64.65	77.7	1635.88	18.11	0.00122	237.82		14.05	310.37	374.83		1.32
	64.65	72.7	1635.88	17.46	0.00118	229.28		14.77	302.55	365.39	1104.48	
	64.65	67.7	1635.88	16.81	0.00113	220.75		15.49	294.74	355.96		
	64.65	-92.3	1635.88	-3.99	-0.00027	-52.41		38.60	44.69	8.30		

Il valore β = 1,30 – 1,32 è del tutto accettabile rispetto al valore 1,25 ipotizzato in fase preliminare, anche in considerazione del fatto che in questa fase si è del tutto trascurato il contribbuto dell'armatura dolce che comporta un incremento di inerzia e di conseguenza una minore deformazione e minore perdita di tensione. È facile prevedere che qualora si considerasse nei calcoli tale armatura il valore di β si avvicinerebbe ulteriormente a 1,25.

Progetto e verifica a taglio (T.A.)

Le travi precompresse hanno notevoli vantaggi rispetto alle travi ad armatura lenta in presenza di sollecitazioni taglianti per vari ordini di motivi:

- perché l'andamento dei cavi può ridurre la caratteristica tagliante efficace sulla sezione riducendo le sollecitazioni tangenziali (nel nostro caso non presente perchè i trefoli di precompressione sono rettilinei)

- perché le tensioni principali di trazione che possono determinare la fessurazione delle travi sono ridotte per la presenza di uno stato di sollecitazione di compressione nella sezione;
- perché nel calcolo delle armature la presenza dello sforzo di precompressione determina una più favorevole inclinazione delle bielle compresse e quindi un minore sforzo da assorbire con armature traversali.

Indicando con T_{min} e T_{max} i tagli indotti dai carichi esterni in condizioni di tiro e di esercizio,i tagli efficaci nelle stesse condizioni valgono quindi:

T_{min} = 196.2125 kN

T_{max} = 569.525 kN

Nella verifica a taglio delle travi la cui armatura sia ancorata per aderenza non si dovrà tenere conto della precompressione nel tratto terminale compreso fra la testata ed una sezione posta a distanza della testata stessa pari a settanta volte il maggior diametro (effettivo od equivalente) sia per i fili ad aderenza migliorata sia per trecce o trefoli.

In questo tratto, nei riguardi delle sollecitazioni tangenziali e del calcolo delle staffe e delle eventuali armature longitudinali aggiuntive, valgono i criteri adottati per le opere in conglomerato cementizio armato normale.

Considerando che il trefolo da ½ pollice utilizzato ha un'area di 92,9 mm^2, il diametro equivalente del trefolo è pari a 10,87 mm. Ne consegue che gli effetti della precompressione rispetto al taglio non devono essere tenuti in considerazione per una distanza dall'estremità pari a 76,09 cm.

Sotto tali ipotesi è quindi noto che la massima tensione tangenziale si attinge in corrispondenza della fibra baricentrica della sezione reagente che nel caso della precompressione è pari proprio all'intera sezione in quanto non si ha parzializzazione.

Si procede quindi alla determinazione della tensione tangenziale massima tramite l'espressione di Jourawsky $\tau = \frac{T_y S_x}{I_x b}$ che andrà ad essere confrontata con i valori di tensione ammissibile normativi:

$$\tau_{co} = 0{,}4 + \frac{R_{ck} - 15}{75} = 0{,}933 N/mmq$$

$$\tau_{c1} = 1{,}4 + \frac{R_{ck} - 15}{35} = 2{,}543 N/mmq$$

In questa fase contribuisce alla resistenza della sezione anche l'armatura dolce precedentemente progettata, di conseguenza il momento d'inerzia baricentrico della sezione assume valore pari a:

$I_x = 23739985{,}6\ cm^4$

Mentre il momento statico dell'area superiore alla corda baricentrica rispetto allo stesso baricentro vale:

$S_x = 154232{,}25\ cm^3$

Si ottiene quindi:

$$\tau_{\max} = \frac{T_{\max} S_x}{I_x b} = \frac{569525 \cdot 154232250}{237399856000 \cdot 200} = 1{,}85\ MPa$$

Risultando $\tau_{co} \le \tau_{\max} \le \tau_{c1}$ è quindi necessario eseguire la progettazione delle armature a taglio:

$$S = \tau \cdot b \cdot \Delta z = 1{,}85 \cdot 200 \cdot 760 = 281{,}20\ kN$$

Considerando di utilizzare staffe Φ10 a due braccia con area 0,78 cm^2 si ottiene un numero di staffe pari a:

$$n_{st} = \frac{S}{n_b \cdot \omega_{st} \cdot \overline{\sigma_s}} = \frac{281200}{2 \cdot 78 \cdot 220} = 8{,}19$$

Si prevede quindi di predisporre 9 staffe Φ10 con passo 9 cm dall'estremità della trave fino a 76 cm da essa.

Verifiche a taglio a 70Φ

Le tensioni principali di trazione e di compressione in presenza di sollecitazioni tangenziali e normali sono:

$$\sigma_\eta = \frac{\sigma}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2}$$

$$\sigma_\xi = \frac{\sigma}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2}$$

La tensione principale di trazione in sezioni in c.a.p. è generalmente minore di quella che si avrebbe in una sezione in c.a. ordinario per effetto dello sforzo a parità di sollecitazione .

La verifica a taglio secondo la normativa vigente consiste nel controllare che la tensione principale di trazione sia convenientemente piccola. Il limite imposto dalla normativa italiana per poter omettere il calcolo delle armature a taglio è di $0{,}02R_{ck}$

In conclusione,se le tensioni massime di trazione in condizioni di tiro e di esercizio rispettano le disuguaglianze:

-tiro

$$\sigma_{\eta 0} \leq 0{,}02 R_{ckj}$$

-esercizio

$$\sigma_{\eta 1} \leq 0{,}02 R_{ck}$$

Non è necessario il calcolo dell'armatura. Se il controllo precedente non è soddisfatto,ma sono verificate le relazioni seguenti:

-tiro

$$\sigma_{\eta 0} \leq 0{,}08 R_{ckj}$$

-esercizio

$$\sigma_{\eta 1} \leq 0{,}06 R_{ck}$$

È necessario procedere al calcolo delle armature che si esegue analogamente al calcolo nelle travi in c.a. ordinario, tenendo conto che le isostatiche di compressione hanno una inclinazione minore rispetto all'asse della trave. Se neppure queste disequazioni sono rispettate la sezione non è idonea ed occorre incrementare l'anima della trave per ridurre le sollecitazioni tangenziali.

Invero, la norma vigente prevede anche un controllo delle tensioni principali di compressione. In particolare se le tensioni principali di trazione non superano i 2/3 dei valori limiti riportati precedentemente la verifica consiste nel controllare il rispetto delle seguenti equazioni:

-tiro

$$\sigma_{\xi,0} \leq 0{,}48 R_{ckj}$$

-esercizio

$$\sigma_{\xi,1} \leq 0{,}38 R_{ck}$$

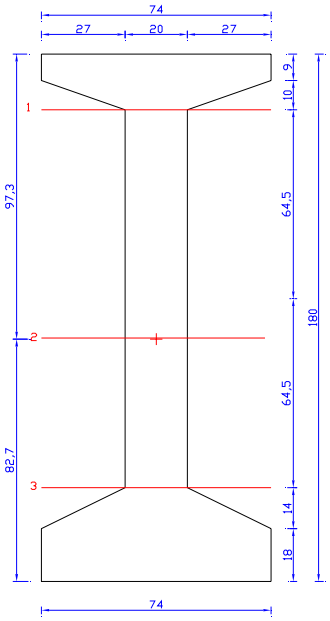
altrimenti deve risultare:

-tiro

$$\sigma_{\xi,0} \leq 0{,}24 R_{ckj}$$

-esercizio

$$\sigma_{\xi,1} \leq 0{,}24 R_{ck}$$



Si riportano di seguito i valori del taglio che sollecitano la sezione a 70Φ dall'estremità in condizione di tiro e di esercizio:

TIRO: T_{min} = 185,3673 kN

ESERCIZIO: T_{max} = 538,0458 kN

In base a quanto descritto in precedenza ed alle tre corde rispetto le quali condurre la verifica segue la successiva tabella:

	TIRO cm^3		MPa	σ MPa	$\sigma_{\eta o}$ MPa	$\sigma_{\Xi o}$ MPa	0,02R_{ckj} MPa	0,08R_{ckj} MPa	Verifica $\sigma_{\eta o}$	0,48R_{ckj} MPa	puntone compresso
S_{x1}	91038.58	τ_1	0.38	-0.11	-0.43	0.33	0.82	3.3	non progettare	19.8	verificato
S_{x2}	154232.25	τ_2	0.64	8.01	-0.05	8.06	0.82	3.3	non progettare	19.8	verificato
S_{x3}	127845.57	τ_3	0.53	13.26	-0.02	13.29	0.82	3.3	non progettare	19.8	verificato

	ESERCIZIO cm^3		MPa	σ MPa	$\sigma_{\eta 1}$ MPa	$\sigma_{\Xi 1}$ MPa	0,02R_{ck} MPa	0,06R_{ck} MPa	Verifica $\sigma_{\eta 1}$	0,38R_{ck} MPa	puntone compresso
S_{x1}	91038.58	τ_1	1.09	11.38	-0.10	11.49	1.1	3.3	non progettare	13.2	verificato
S_{x2}	154232.25	τ_2	1.85	6.16	-0.51	6.67	1.1	3.3	non progettare	13.2	verificato
S_{x3}	127845.57	τ_3	1.53	2.78	-0.68	3.46	1.1	3.3	non progettare	13.2	verificato

Andranno pertanto predisposti i minimi normativi di armatura che nel caso corrispondono a tre staffe per metro oltre una distanza dall'appoggio pari ad H = 180 cm, entro la quale il limite è rappresentato da un passo inferiore a 12 volte il diametro dei ferri longitudinali.
Da 75 cm a 180 cm si disporranno quindi 7 staffe Φ10 con passo 15 cm

Stato limite ultimo

Flessione

Nelle sezioni precompresse, al crescere dei carichi esterni, la sezione passa dalla situazione integra a quella fessurata con una significativa variazione di inerzia e di modulo resistente.
Le ipotesi su cui si fonda la verifica allo S.L.U. per tensioni normali di un elemento in C.A.P. sono:

- *assunzione per il calcestruzzo e per l'armatura lenta gli stessi legami costitutivi e gli stessi valori di deformazione ultima considerati per le sezioni in c.a. ordinario (e_{cu}=0.0035, e_{su}=0.010);*
- *per l'armatura presollecitata può ancora adottarsi un legame tra tensione e deformazione di tipo elastico-perfettamente plastico con limite elastico pari alla tensione limite elastica convenzionale di progetto f_{pd} ;*
- *la tensione di progetto si ottiene come per l'armatura lenta dividendo quella di snervamento caratteristica per il γ_m pari ad 1.15;*
- *la deformazione ultima deve tener conto dello stato di deformazione relativa tra l'armatura presollecitata ed il calcestruzzo.*

La deformazione relativa iniziale $\varepsilon_{dec,0}$ tra acciaio presollecitato e calcestruzzo è pari alla deformazione iniziale dovuta alla pre-tensione. A questo valore va sottratto quello relativo alle deformazione relativa acciaio-calcestruzzo che determina le cadute di tensione $\Delta\sigma$ per effetti differiti:

$$\varepsilon_{dec} = \varepsilon_{dec,o} - \frac{\Delta\sigma}{E_s} = \varepsilon_{spi} - \left(\frac{\Delta\sigma_{ril} + \Delta\sigma_v + \Delta\sigma_r}{E_s} \right) = \frac{\sigma_{sp}}{E_s}$$

fila trefoli	e [mm]	σ_{sp} [Mpa]	ε_{dec}
1	-777	889.63	0.004562
2	-727	897.45	0.004602
3	-677	905.26	0.004642
4	923	1155.31	0.005925

Considerando quindi che il carico per stato limite ultimo vale
q_d = 60,013 N/mm
e che i materiali presentano le seguenti caratteristiche:

- f_{pd} =1652,17 MPa
- f_{sd} = 330,43 MPa
- f'_{cd} =24,25 MPa

si ottengono le seguenti deformazioni di snervamento rispettivamente per armatura dolce e armatura da pretensione:

- $\varepsilon_{so,d}$ =0,0017
- $\varepsilon_{so,p}$ = 0,0085

Si può quindi procedere alla determinazione dell'asse neutro e quindi del momento resistente con il metodo iterativo

		iterazione1	**yc**	**458.43**	**mm**	**Nc**	3571915.63	N
livello armatura	**y_i [mm]**	**A_s [mm^2]**	**ε**	**σ_s [MPa]**	**N [N]**			
1	*30*	*612*	*-0.01*	*-330.43*	*-202223*			
2	*161.8*	*306*	*-0.009*	*-330.43*	*-101112*			
3	*374.34*	*306*	*-0.0074*	*-330.43*	*-101112*			
4	*615.29*	*306*	*-0.0055*	*-330.43*	*-101112*			
5	*856.22*	*306*	*-0.0037*	*-330.43*	*-101112*	**Ns**	-304528.14	N
6	*1097.16*	*306*	*-0.0019*	*-330.43*	*-101112*			
7	*1338.1*	*306*	*-2E-05*	*-3.9*	*-1193.4*			
8	*1579.03*	*306*	*0.0018*	*330.43*	*101111.6*			
9	*1730.88*	*306*	*0.003*	*330.43*	*101111.6*			
10	*1770*	*612*	*0.0033*	*330.43*	*202223.2*			
pretesa	**ε_{dec}**	**ε**	**ε_{tot}**	**σ_s [MPa]**	**N [N]**			
1	0.0046	-0.0099	0.0145	-1652.17	-1995330			
2	0.0046	-0.0095	0.0141	-1652.17	-1995330	**Np**	-5883650.5	
3	0.0046	-0.0091	0.0137	-1652.17	-1995330			
4	0.0059	0.0031	0.0028	550.8114	102340.8			
						ΔN	**-2616263**	N
						Δy	674.251156	mm

		iterazione2	**yc**	**1132.681156**	**mm**	**Nc**	*6842244.4*	N
livello armatura	**y_i [mm]**	**A_s [mm^2]**	**ε**	**σ_s [MPa]**	**N [N]**			
1	*30*	*612*	*-0.002*	*-330.43*	*-202223*			
2	*161.8*	*306*	*-0.0016*	*-312*	*-95472*			
3	*374.34*	*306*	*-0.0009*	*-175.5*	*-53703*			
4	*615.29*	*306*	*-0.0002*	*-39*	*-11934*			
5	*856.22*	*306*	*0.0006*	*117*	*35802*	**Ns**	*255598.74*	N
6	*1097.16*	*306*	*0.0013*	*253.5*	*77571*			
7	*1338.1*	*306*	*0.0021*	*330.43*	*101111.6*			
8	*1579.03*	*306*	*0.0028*	*330.43*	*101111.6*			
9	*1730.88*	*306*	*0.0033*	*330.43*	*101111.6*			
11	*1770*	*612*	*0.0034*	*330.43*	*202223.2*			
pretesa	**ε_{dec}**	**ε**	**ε_{tot}**	**σ_s [MPa]**	**N [N]**			
1	*0.0046*	*-0.0019*	*0.0065*	*-1260.133491*	*-1521863*			
2	*0.0046*	*-0.0018*	*0.0064*	*-1260.133491*	*-1521863*	**Np**	*-4470495*	
3	*0.0046*	*-0.0016*	*0.0062*	*-1260.133491*	*-1521863*			
4	*0.0059*	*0.0033*	*0.0026*	*511.8114186*	*95094.56*	**ΔN**	***2627348.1***	N
						Δy	*-677.1079*	mm

		iterazione3	**yc**	**794.8429**	**mm**	**Nc**	5203623	N
livello armatura	**y_i [mm]**	**A_s [mm^2]**	**ε**	**σ_s [MPa]**	**N [N]**			
1	30	612	-0.0043	-330.43	-202223.2			
2	161.8	306	-0.0037	-330.43	-101111.6			
3	374.34	306	-0.0028	-330.43	-101111.6			
4	615.29	306	-0.0017	-330.43	-101111.6			
5	856.22	306	-0.0007	-136.5	-41769	**Ns**	-29507.58	N
6	1097.16	306	0.0004	78	23868			
7	1338.1	306	0.0015	292.5	89505			
8	1579.03	306	0.0025	330.43	101111.6			
9	1730.88	306	0.0032	330.43	101111.6			
11	1770	612	0.0034	330.43	202223.2			
pretesa	**ε_{dec}**	**ε**	**ε_{tot}**	**σ_s [MPa]**	**N [N]**			
1	0.0046	-0.0042	0.0088	-1652.174	-1995330			
2	0.0046	-0.004	0.0086	-1652.174	-1995330	**Np**	-5883756	
3	0.0046	-0.0038	0.0084	-1646.262	-1988190			
4	0.0059	0.0033	0.0026	511.8114	95094.56			
						ΔN	-709640.7	N
						Δy	182.8853	mm

		iterazione4	**yc**	**866.6872**	**mm**	**Nc**	5552091	N
livello armatura	**y_i [mm]**	**A_s [mm^2]**	**ε**	**σ_s [MPa]**	**N [N]**			
1	30	612	-0.0036	-330.43	-202223			
2	161.8	306	-0.0031	-330.43	-101112			
3	374.34	306	-0.0023	-330.43	-101112			
4	615.29	306	-0.0013	-253.5	-77571			
5	856.22	306	-0.0003	-58.5	-17901	**Ns**	41769	N
6	1097.16	306	0.0007	136.5	41769			
7	1338.1	306	0.0016	312	95472			
8	1579.03	306	0.0026	330.43	101111.6			
9	1730.88	306	0.0032	330.43	101111.6			
11	1770	612	0.0034	330.43	202223.2			
pretesa	**ε_{dec}**	**ε**	**ε_{tot}**	**σ_s [MPa]**	**N [N]**			
1	0.0046	-0.0036	0.0082	-1591.63	-1922216			
2	0.0046	-0.0034	0.0080	-1560.45	-1884553	**Np**	-5558563	
3	0.0046	-0.0032	0.0078	-1529.26	-1846889			
4	0.0059	0.0033	0.0026	511.8114	95094.56			
						ΔN	**35296.89**	N
						Δy	-9.09655	mm

iterazione5 **yc** **863.2831** **mm** **Nc** 5535580 N

livello armatura	y_i [mm]	A_s [mm^2]	ε	σ_s [MPa]	N [N]
1	30	612	-0.0037	-330.43	-202223
2	161.8	306	-0.0031	-330.43	-101112
3	374.34	306	-0.0023	-330.43	-101112
4	615.29	306	-0.0013	-253.5	-77571
5	856.22	306	-0.0003	-58.5	-17901
6	1097.16	306	0.0007	136.5	41769
7	1338.1	306	0.0016	312	95472
8	1579.03	306	0.0026	330.43	101111.6
9	1730.88	306	0.0032	330.43	101111.6
11	1770	612	0.0034	330.43	202223.2

Ns 41769 N

pretesa	ε_{dec}	ε	ε_{tot}	σ_s [MPa]	N [N]
1	0.0046	-0.0036	0.0082	-1591.63	-1922216
2	0.0046	-0.0034	0.0080	-1560.45	-1884553
3	0.0046	-0.0032	0.0078	-1529.26	-1846889
4	0.0059	0.0033	0.0026	511.8114	95094.56

Np -5558563

ΔN ***18785.68*** N

Δy -4.84136 mm

---

iterazione6 **yc** **859.41** **mm** **Nc** 5516794 N

livello armatura	y_i [mm]	A_s [mm^2]	ε	σ_s [MPa]	N [N]	e_g [mm]	M_{Rsd} [Nmm]
1	30	612	-0.0037	-330.43	-202223	-797	161171859
2	161.8	306	-0.0032	-330.43	-101112	-665.2	67259423
3	374.34	306	-0.0023	-330.43	-101112	-452.66	45769168
4	615.29	306	-0.0013	-253.5	-77571	-211.71	16422556
5	856.22	306	-0.0003	-58.5	-17901	29.22	-523067.2
6	1097.16	306	0.0006	117	35802	270.16	9672268.3
7	1338.1	306	0.0016	312	95472	511.1	48795739
8	1579.03	306	0.0026	330.43	101111.6	752.03	76038942
9	1730.88	306	0.0032	330.43	101111.6	903.88	91392735
11	1770	612	0.0034	330.43	202223.2	943	190696440

Ns 35802 N

pretesa	ε_{dec}	ε	ε_{tot}	σ_s [MPa]	N [N]	M_{Rpd} [Nmm]
1	0.0046	-0.0036	0.0082	-1591.63	-1922216	1493561651
2	0.0046	-0.0034	0.0080	-1560.45	-1884553	1370069670
3	0.0046	-0.0032	0.0078	-1529.26	-1846889	1250344015
4	0.0059	0.0033	0.0026	511.8114	95094.56	87772280.3

Np -5558563

ΔN ***-5967*** N

Δy 1.537788 mm

A fronte di un momento sollecitante pari a $\mathbf{M_{sd}}$ **= 5673,10 kNm,** dalla somma dei contributi resistenti dovuti al cls, all'armatura dolce e all'armatura pretesa, risulta:

$\mathbf{M_{Rd}}$ = 3613,44 + 706,70 + 4201,75 = **8521,90 kNm** ***verificato***

Si vede che il contributo dell'armatura "dolce" è molto limitato rispetto agli altri due (nel caso in oggetto è minore del 10% rispetto al totale).

In via semplificata esso potrebbe essere trascurato; nei casi in cui sia noto il centro di degli sforzi di trazione allo S.L.U. (come quando le armature presollecitate sono concentrate in una zona limitata) e quello delle tensioni di compressione (il baricentro dell'ala superiore) il valore del momento ultimo può essere facilmente stimato come segue:

$$M_{Rd} = A_p \cdot f_{pd} \cdot \left(d - s/2\right) = (1922 + 1884 + 1846) \cdot \left(1.80 - 0.15 - \frac{0.19}{2}\right) = 8789 \text{ kNm}$$

La stima del momento flettente tramite la formula semplificata comporta un errore minore del 5% rispetto al valore ottenuto tramite il procedimento rigoroso.

Taglio

La verifica può effettuarsi rispettando la nota condizione

$$V_{Sdu} \leq 0{,}25 \cdot f_{ctd} \cdot r \cdot \left(1 + 50\rho_l\right) \cdot b_w \cdot d \cdot \delta = 974{,}34 \text{ kN}$$

Essendo il taglio massimo per la combinazione di carico in esame pari a 825,18 kN, la verifica risulta soddisfatta.

Per la verifica del conglomerato compresso in zona obliqua si impone:

$$V_{Sdu} \leq 0{,}30 \cdot b_w \cdot d \cdot f'_{cd} = 3030{,}02 \text{ kN}$$

Tale condizione è più che verificata.

Stato limite di esercizio

Combinazioni di carico

Dalla normativa risulta che per le combinazioni di carico di esercizio per le travi da ponte devono considerarsi i coefficienti ψ_1 e ψ_2 nulli.

Di conseguenza i carichi di esercizio per le varie combinazioni valgono:

- *comb. rara:* ***q_d = 41,42 N/mm***
- *comb. frequente e quasi perm.:* ***q_d = 21,17 N/mm***

Stato limite di fessurazione

La normativa impone che risulti:

$$\frac{N}{A}+\frac{N\cdot e}{W_i}-\frac{M_{fess}}{W_i}=-f_{cfm} \qquad M_{fess}=W_i\cdot\left(f_{cfm}+\frac{N}{A}+\frac{N\cdot e}{W_i}\right) \qquad \frac{M_{fess}}{M_{max}}=\frac{f_{cfm}+\frac{N}{A}+\frac{N\cdot e}{W_i}}{-\sigma_{c1t}+\frac{N}{A}+\frac{N\cdot e}{W_i}}\geq 1.2$$

dove

f_{cfm} = 4,60 MPa

mentre $\sigma_{c1,t}$ per la combinazione di carico rara risulta essere pari a ***1,00 MPa.***

Dalla verifica risulta quindi:

$$\frac{M_{fess}}{M_{max}}=1{,}41>1{,}2 \qquad \textbf{\textit{verificato.}}$$

Essendo la verifica soddisfatta per il carico che compete alla combinazione rara, sicuramente sarà soddisfatta anche in combinazione quasi permanente, in quanto a questa compete un carico minore.

Limitazione delle tensioni di esercizio del conglomerato

Le tensioni normali di esercizio non devono superare a compressione i seguenti valori limite:

a) in ambienti poco aggressivo e moderatamente aggressivo

- per combinazione di carico ***rara: 0,60 f_{ck} = 27,39 MPa***
- combinazione di carico ***quasi permanente: 0,45 f_{ck} = 20,54 MPa***

b) in ambiente molto aggressivo

- per combinazione di carico ***rara: 0,50 f_{ck} = 22,82 MPa***
- combinazione di carico ***quasi permanente: 0,40 f_{ck} = 18,26 MPa***

Determinando le tensioni di compressione per le due combinazioni, queste risultano essere:

- comb rara: ***σ_{c1} = 12,77 MPa***
- comb. quasi perm.: ***σ_{c1} = 4,92 MPa***

Dall'analisi risulta che le limitazioni imposte dalla normativa sono soddisfatte.

Indice

Premessa……..……2
Caratteristiche dei materiali……2

Predimensionamento……...3

Analisi dei carichi e calcolo delle sollecitazioni…….…3

Determinazione dello sforzo di precompressione……...4

Disposizione dei trefoli.....7
Nocciolo limite e fiso di Guyon……..……7

Calcolo dell'armatura dolce.....11

Cadute di tensione.....12
Perdite di tensione per deformazione elastica…….....……12
Cadute di tensione per effetti differiti…….....……12

Progetto e verifica a taglio (T.A.).....14

Stato limite ultimo.....19
Flessione…….....……19
Taglio…….....……23

Stato limite di esercizio.....23
Combinazioni di carico…….....……23
Stato limite di fessurazione…….....……24
Limitazione delle tensioni di esercizio nel conglomerato……....……24